



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

## Vzdělávací materiál vytvořený v projektu OP VK

Název školy:	Gymnázium, Zábřeh, náměstí Osvobození 20
Číslo projektu:	CZ.1.07/1.5.00/34.0211
Název projektu:	Zlepšení podmínek pro výuku na gymnáziu
Číslo a název klíčové aktivity:	III/2 - Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT

# Anotace

<b>Název tematické oblasti:</b>	Funkce a jejich vlastnosti
<b>Název učebního materiálu:</b>	Exponenciální funkce
<b>Číslo učebního materiálu:</b>	VY_32_INOVACE_M0107
<b>Vyučovací předmět:</b>	Matematika
<b>Ročník:</b>	2.
<b>Autor:</b>	RNDr. Jaroslav Hajtmar
<b>Datum vytvoření:</b>	15.2.2013
<b>Datum ověření ve výuce:</b>	20.2.2013
<b>Druh učebního materiálu:</b>	Prezentace
<b>Očekávaný výstup:</b>	Student si dělá poznámky k probíranému tématu
<b>Metodické poznámky:</b>	Materiál je určen jako osnova výkladu nového učiva resp. pro účely opakování

# Exponenciální funkce

RNDr. Jaroslav Hajtmar

15.2.2013

# Exponenciální funkce

$$f: y = a^x \quad a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$$

( $a$  – základ, neznámá je v exponentu)

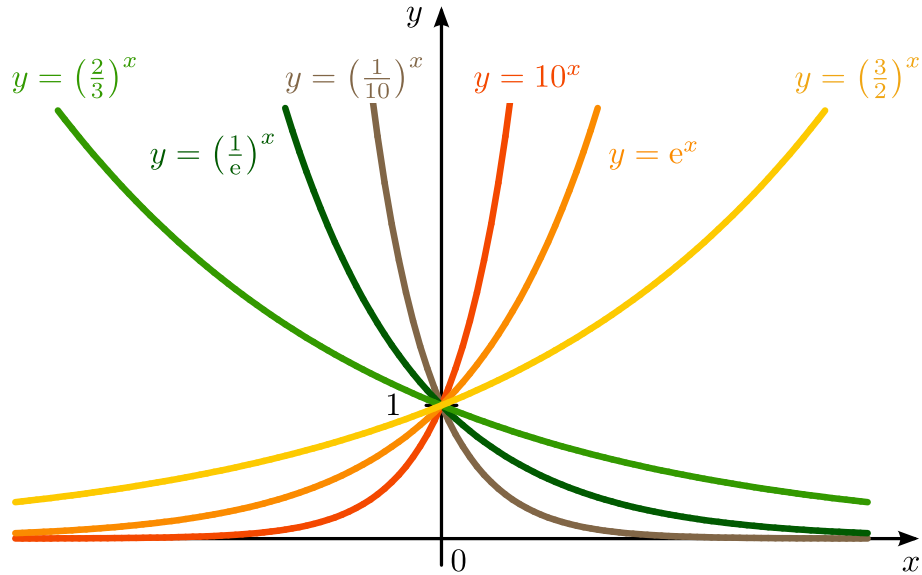
## Speciální případy:

- $f_1: y = e^x$  – přirozená exp. funkce  
( $e$  – Eulerovo číslo 2,7182818284...)
- $f_2: y = 10^x$  – dekadická exp. funkce  $a = 10$

## Vlastnosti:

- ✓ Definiční obor:  $\mathcal{D}(f) = \mathbb{R}$ .
- ✓ Obor funkčních hodnot  $\mathcal{H}(f)$  je interval  $(0, +\infty)$ .
- ✓ Je zdola omezená,  $a^x > 0$ . Shora neomezená.
- ✓ Nemá maximum, ani minimum.
- ✓ Monotonnost funkce závisí na hodnotě  $a$ :
  - Je-li  $a \in (0, 1)$ , je funkce klesající.
  - Je-li  $a \in (1, +\infty)$ , je funkce rostoucí.
- ✓ Exponenciální funkce je prostá.
- ✓ Grafem je exponenciální křivka (exponenciála).

# Graf exponenciální funkce



[Použitý cizí zdroj – viz Herbář funkcí]

# „Exponenciální růst“

- ✓ = extrémně rychlý růst. Např. dělení bakterií (rozdvojování).
- ✓ Množení popisujeme exp. funkcí  $f(x) = 2^x$ .
- ✓ Doba mezi dvěma děleními – *generační doba*.
- ✓ Doba potřebná k zdvojnásobení počtu buněk v kolonii – *doba zdvojení*.

## Příklad:

Na začátku je jedna bakterie  $2^0 = 1$ . Po prvním kole množení máme  $2^1 = 2$ , tj. dvě bakterie. Množení, ač se to nezdá, je velmi rychlé. Po desátém kole máme  $2^{10} = 1024$  bakterií. Po třiceti kolech je jich přes miliardu.

$$2^0 = 1$$

$$2^1 = 2$$

$$2^2 = 4$$

$$2^3 = 8$$

$$2^4 = 16$$

$$2^5 = 32$$

$$2^6 = 64$$

$$2^7 = 128$$

$$2^{64} = 18446744073709551616 - 20 \text{ cifer}$$

$$2^{100} = 1267650600228229401496703205376 - 31 \text{ cifer}$$

$$2^{128} = 340282366920938463463374607431768211456 - 39 \text{ cifer}$$

$$2^{500} = 32733906078961418700131896968275991522166 \dots 27589376 - 151 \text{ cifer}$$

$$2^{1000} = 1071508607186267320948425049060001810561 \dots 68069376 - 302 \text{ cifer}$$

$$2^8 = 256$$

$$2^9 = 512$$

$$2^{10} = 1024$$

$$2^{20} = 1048576$$

$$2^{30} = 1073741824 - 10 \text{ cifer}$$

$$2^{40} = 1099511627776 - 13 \text{ cifer}$$

$$2^{50} = 1125899906842624 - 16 \text{ cifer}$$



**Rychlost exponenciálního růstu je od určitého okamžiku nesrovnatelně větší než v případě kvadratické (resp. jakékoliv mocninné) závislosti!**

**Zajímavost:**

Odhadovaný počet atomů ve "viditelném" vesmíru:

$$10^{80} - 10^{100}$$

Příklad:

## **Kolikrát lze přeložit list papíru?**

V balíku kancelářského papíru ( $80g/m^2$ ) je 500 listů.

1 papír má tloušťku cca 0,1 mm  $\Rightarrow$  balík – 5cm.

1x přeložení -  $2^1 = 2$  vrstvy, 2x přeložení -  $2^2 = 4$  vrstvy atd.

10x přeložení -  $2^{10} = 1024$  vrstev tj. 2 balíky

(2 balíky –  $1024 \cdot 0,1 \text{ mm} = 102,4 \text{ mm} = 10,2 \text{ cm}$  )

20x přeložení - cca 100 m

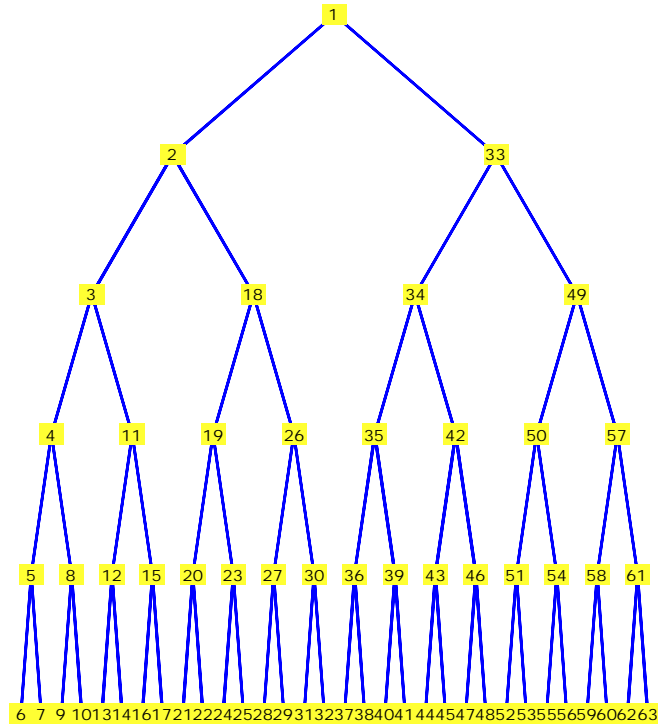
24x přeložení - cca 1,7 km

30x přeložení - cca 107 km

42x přeložení - více než vzdálenost na Měsíc (384 403 km)

69x přeložení - vzdálenost ke Slunci (147 097 000 km)

# Binární strom



# Grafy exponenciálních funkcí

$$f : y = a^x$$

$$g : y = b \cdot a^{(x+c)} + d$$

>>>>

<Reset>

>>>>

<Reset>

>>>>

<Reset>

>>>>

<Reset>



>>>>

<Reset>

>>>>

<Reset>

>>>>

<Reset>

>>> <Reset>

>>> <Reset>

>>> <Reset>

>>> <Reset>

>>> <Reset>

>>> <Reset>

# Použité materiály a zdroje

- Girg P., Nečesal P., Polák J., Herbář funkcí [online]. 2012 [cit. 2013-04-21]. File: herbar\_funkci.pdf. Dostupný z WWW: <<http://mi21.vsb.cz/modul/herbar-funkci>>.
- Ilustrace: archiv autora

Použité obrázky jsou uvnitř textu označeny textem [Použitý cizí zdroj – ]. Neoznačené ilustrace a animace pocházejí z archivu autora.