



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Vzdělávací materiál vytvořený v projektu OP VK

Název školy:	Gymnázium, Zábřeh, náměstí Osvobození 20
Číslo projektu:	CZ.1.07/1.5.00/34.0211
Název projektu:	Zlepšení podmínek pro výuku na gymnáziu
Číslo a název klíčové aktivity:	III/2 - Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT

Anotace

Název tematické oblasti:	Diferenciální počet
Název učebního materiálu:	Autotest: Derivace a její aplikace
Číslo učebního materiálu:	VY_32_INOVACE_M0220
Vyučovací předmět:	Matematika
Ročník:	4. ročník vyššího gymnázia
Autor:	Jaroslav Hajtmar
Datum vytvoření:	20.12.2013
Datum ověření ve výuce:	13.1.2014
Druh učebního materiálu:	pracovní list
Očekávaný výstup:	Ujasní a upevní si znalost základních teoretických poznatků o derivacích. Umí tyto poznatky aplikovat při praktických výpočtech a aplikacích.
Metodické poznámky:	Materiál je určen k procvičení učiva o derivacích a zjištění úrovně znalostí. Může být použit k získání klasifikace.

AUTOTEST: Derivace funkce a její aplikace (60 minut)

Vyberte z nabídky (např. podtrhněte nebo zvýrazněte) správné formulace. V každé úloze je jediná správná odpověď.

- 1) Stacionární bod je bod ve kterém má funkce $\left(\begin{array}{c} \text{extrém} \\ \text{svislou asymptotu} \\ \text{nulovou 1. derivaci} \end{array} \right)$.
- 2) Inflexní bod je bod na grafu funkce f , v němž $\left(\begin{array}{c} \text{je nulová 2. derivace} \\ \text{se mění znaménko 1. derivace} \\ \text{se mění znaménko 2. derivace} \end{array} \right)$.
- 3) Jestliže má funkce f v bodě x_0 stacionární bod, pak v tomto bodě $\left(\begin{array}{c} \text{nastane} \\ \text{nenastane} \\ \text{může nastat} \end{array} \right)$ lokální extrém.
- 4) Je-li funkce periodická, pak $\left(\begin{array}{c} \text{má} \\ \text{nemá} \\ \text{může mít} \end{array} \right)$ svislé asymptoty.
- 5) Když je funkce f spojitá na uzavřeném intervalu $\langle a, b \rangle$, pak $\left(\begin{array}{c} \text{má} \\ \text{nemá} \\ \text{může mít} \end{array} \right)$ svislou asymptotu.
- 6) Jestliže je $f'(x) < 0$ pro každé x z určitého intervalu, pak je funkce f na tomto intervalu $\left(\begin{array}{c} \text{rostoucí} \\ \text{klesající} \end{array} \right)$.
- 7) Jestliže je $f''(x) > 0$ pro každé x z určitého intervalu, pak je funkce f je tomto intervalu $\left(\begin{array}{c} \text{ryze konvexní} \\ \text{ryze konkávní} \end{array} \right)$.
- 8) Jestliže je $f''(x_0) = 0$, pak funkce f $\left(\begin{array}{c} \text{má} \\ \text{nemá} \\ \text{může mít} \end{array} \right)$ v bodě x_0 inflexi.

Uvedte příklady funkcí, splňujících zadané požadavky:

- 9) Uvedte příklad funkce, která splňuje podmínku $f'(x_0) = 0$, ale nemá v tomto bodě lokální extrém.

- 10) Uvedte příklad funkce, jejíž derivace v bodě x_0 neexistuje a přitom v tomto bodě má lokální extrém.

- 11) Uvedte příklad funkce, pro kterou platí, že $f'(x_0) = 0$, $f''(x_0) = 0$, ale x_0 není inflexním bodem.

Vypočítejte následující úlohy:

- 12) Určete lokální extrémy a maximální intervaly monotonnosti funkce $f: y = \frac{(x-1)^2}{(x^2+1)}$

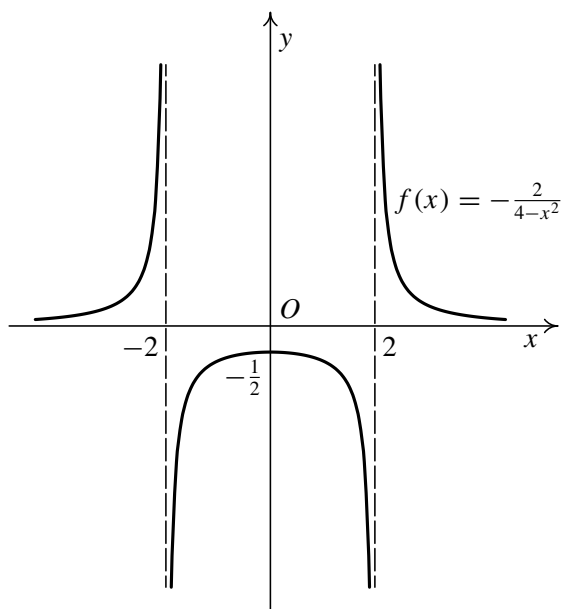
- 13) Nalezněte rovnice všech asymptot grafu funkce $f: y = \frac{x^3}{x^2-4}$

14) Určete inflexní body a intervaly konvexnosti a konkávnosti funkce $f: y = \frac{1}{2} \ln \frac{x+1}{1-x}$

15) Vyšetřete průběh funkce $f: y = \frac{-2}{4-x^2}$

Výsledky úloh

- 1) nulovou 1. derivaci
- 2) se mění znaménko 2. derivace
- 3) může nastat
- 4) nemá
- 5) nemá
- 6) klesající
- 7) konvexní
- 8) může mít
- 9) Např. $f: y = x^3, x_0 = 0$
- 10) Např. $f: y = |x|$ nebo $f: y = \sqrt[3]{x^2}$ v bodě $x_0 = 0$
- 11) Např. $f: y = x^4, x_0 = 0$
- 12) \nearrow na $(-\infty, -1)$, \nearrow na $(1, +\infty)$, \searrow na $(-1, 1)$, maximum $[-1, 2]$, minimum $[1, 0]$,
- 13) $a_1: x = -1, a_2: x = 1, a_3: y = x,$
- 14) konvexní na $(0, 1)$, konkávní na $(-1, 0)$, inflexní bod $[0, 0]$
- 15) Všechny vlastnosti lze vyčíst z následujícího grafu funkce f :



Použité materiály a zdroje

- Petáková, RNDr. Jindra. Matematika: Příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy. Dotisk 1.vydání. Praha: Prometheus, 2003. 303 s. ISBN 8071960993.
- Tomica, R. Cvičení z matematiky – I. Brno: VAAZ, 1974.
- Kuben J., Šarmanová P., Diferenciální a integrální počet funkcí jedné proměnné [online]. 2013 [cit. 2013-04-15]. File: dp.pdf. Dostupný z WWW: <<http://homel.vsb.cz/~s1a64/cd/pdf/print/dp.pdf>>.
- FSI matematika online, Studijní text [online]. 2013 [cit. 2013-04-15]. File: Monotonnost-extremy.pdf. Dostupný z WWW: <http://mathonline.fme.vutbr.cz/download.aspx?id_file=921>.
- Archiv autora