



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Vzdělávací materiál vytvořený v projektu OP VK

Název školy:	Gymnázium, Zábřeh, náměstí Osvobození 20
Číslo projektu:	CZ.1.07/1.5.00/34.0211
Název projektu:	Zlepšení podmínek pro výuku na gymnáziu
Číslo a název klíčové aktivity:	III/2 - Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT

Anotace

Název tematické oblasti:	Diferenciální počet
Název učebního materiálu:	Geometrický význam vlastní limity v nevlastním bodě
Číslo učebního materiálu:	VY_32_INOVACE_M0206
Vyučovací předmět:	Matematika
Ročník:	4. ročník vyššího gymnázia
Autor:	Jaroslav Hajtmar
Datum vytvoření:	1.10.2013
Datum ověření ve výuce:	7.10.2013
Druh učebního materiálu:	pracovní list
Očekávaný výstup:	Pozná souvislost mezi asymptotickým chováním grafů funkcí a vlastní limitou v nevlastním bodě a umí aplikovat získané poznatky při výpočtu vodorovných asymptot.
Metodické poznámky:	Materiál je určen k motivaci a procvičení učiva o limitách. Může být použit k získání klasifikace.

Geometrický význam vlastní limity v nevlastním bodě

Má-li funkce $f: y = f(x)$ v nevlastním bodě $+\infty$ nebo $-\infty$ vlastní limitu L , pak je přímka $a_s: y = L$ tzv. „vodorovnou asymptotou“ grafu funkce f (asymptota rovnoběžná s osou o_x). Aby mělo vůbec smysl uvažovat o vodorovné asymptotě, musí být alespoň jeden nevlastní bod $\pm\infty$ zahrnut to definičního oboru.

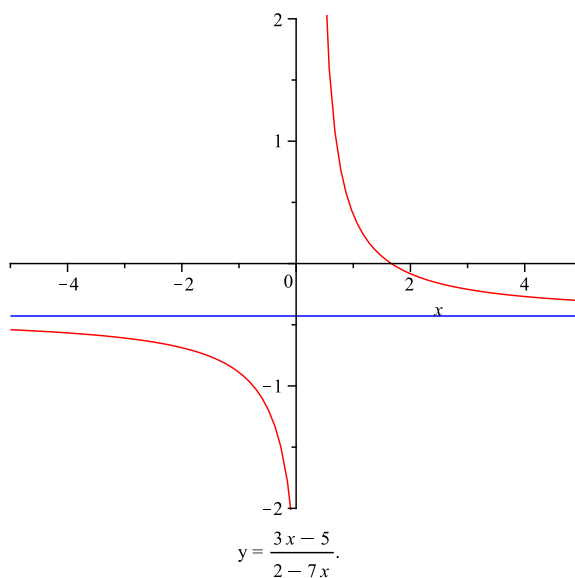
Příklad: Je dána funkce $f: y = \frac{3x-5}{2-7x}$. Určete rovnice asymptot rovnoběžných s osou o_x .

Návod: Zjistěme, zda existují vlastní limity v nevlastních bodech $\pm\infty$ a na základě výsledku určíme rovnice případných asymptot.

Výsledek:

Rozšíříme-li zlomek výrazem $\frac{1}{x}$ a vypočítáme-li limity obdržíme, že $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x-5}{2-7x} = -\frac{3}{7}$. Vzhledem k tomu, že existuje v obou nevlastních bodech $\pm\infty$ stejná vlastní limita s hodnotou $-\frac{3}{7}$, má rovnice vodorovné asymptoty rovnici $a_s: y = -\frac{3}{7}$.

Pro názornost dáváme k dispozici graf vyšetřované funkce, aby mohlo být řešení porovnáno se skutečným grafem.



Podle předchozího návodu zjistěte, zda existují vlastní limity v příslušných nevlastních bodech a určete rovnice asymptot rovnoběžných s osou o_x .

Úloha 1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2+3}{\sqrt{3x^4-1}} =$

Úloha 2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2-2}{2x^3-x+3} =$

Úloha 3. $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x+1} =$

Úloha 4. $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\sqrt{x^2+3x}}{\sqrt[3]{x^3-2x^2}} =$

Úloha 5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x}) =$ (Nápověda: vhodně rozšiřte popř. zavedte novou proměnnou)

Úloha 6. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+3x} - x) =$

Úloha 7. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{1-x^3} + x) =$

Výsledky úloh

1. $a_s: y = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

2. $a_s: y = 0$

3. $a_1: y = -1, a_2: y = 1$

4. $a_1: y = -1, a_2: y = 1$

5. $a_s: y = 0$

6. $a_s: y = \frac{3}{2}$

7. $a_s: y = 0$

Použité materiály a zdroje

■ Tomica, R. Cvičení z matematiky – I. Brno: VAAZ, 1974.

■ Archiv autora