



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Vzdělávací materiál vytvořený v projektu OP VK

Název školy:	Gymnázium, Zábřeh, náměstí Osvobození 20
Číslo projektu:	CZ.1.07/1.5.00/34.0211
Název projektu:	Zlepšení podmínek pro výuku na gymnáziu
Číslo a název klíčové aktivity:	III/2 - Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT

Anotace

Název tematické oblasti:	Diferenciální počet
Název učebního materiálu:	Limita – zavedení pojmu
Číslo učebního materiálu:	VY_32_INOVACE_M0201
Vyučovací předmět:	Matematika
Ročník:	4. ročník vyššího gymnázia
Autor:	Jaroslav Hajtmar
Datum vytvoření:	9.9.2013
Datum ověření ve výuce:	16.9.2013
Druh učebního materiálu:	prezentace
Očekávaný výstup:	Student si dělá poznámky k probíranému tématu a průběžně řeší předkládané úlohy
Metodické poznámky:	Materiál – prezentace – je určen jako osnova výkladu nového učiva resp. pro účely opakování

Limita – zavedení pojmu

Jaroslav Hajtmar

9.9.2013

Limita funkce

Vlastní číslo x_0 (vlastní hodnota) libovolné číslo $x_0 \in \mathbb{R}$

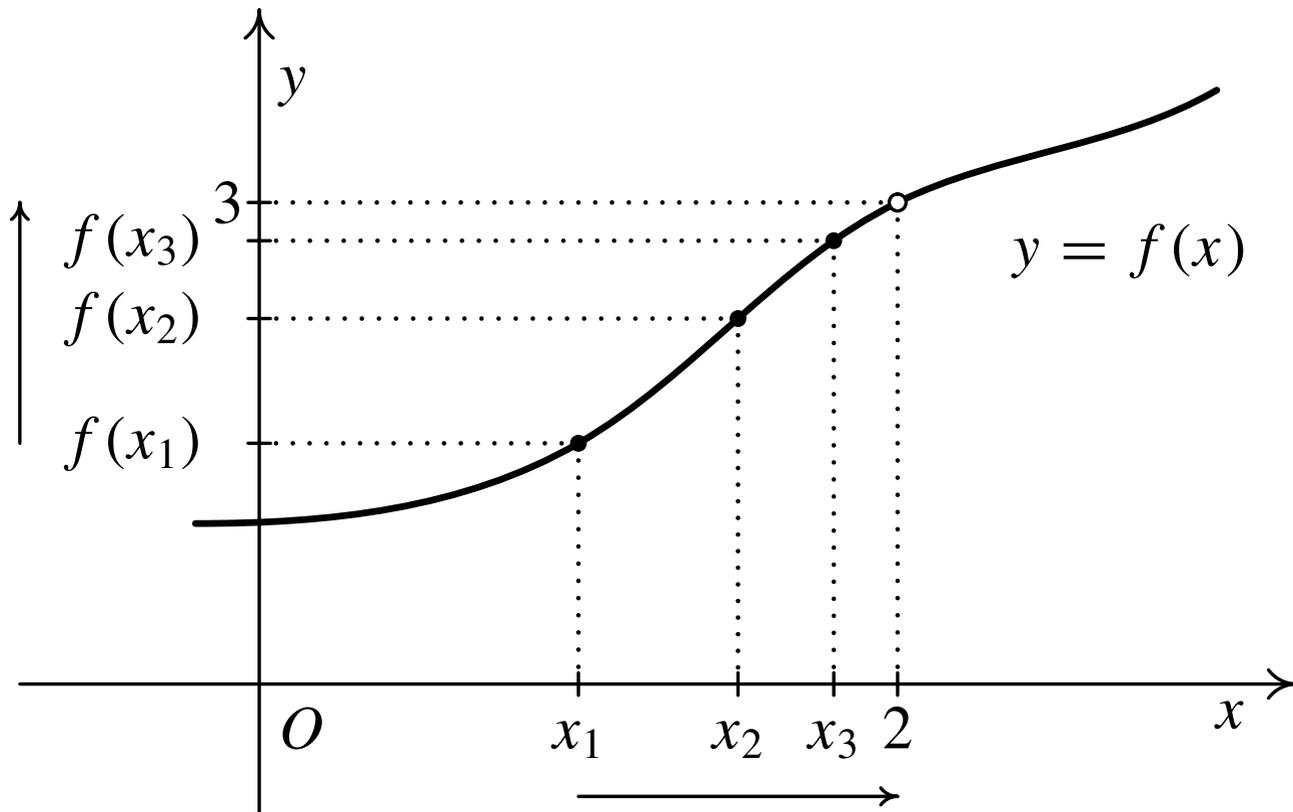
Nevlastní čísla (nevlastní hodnoty) $-\infty \notin \mathbb{R}$ a $+\infty \notin \mathbb{R}$

Rozšíření množiny reálných čísel: $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$

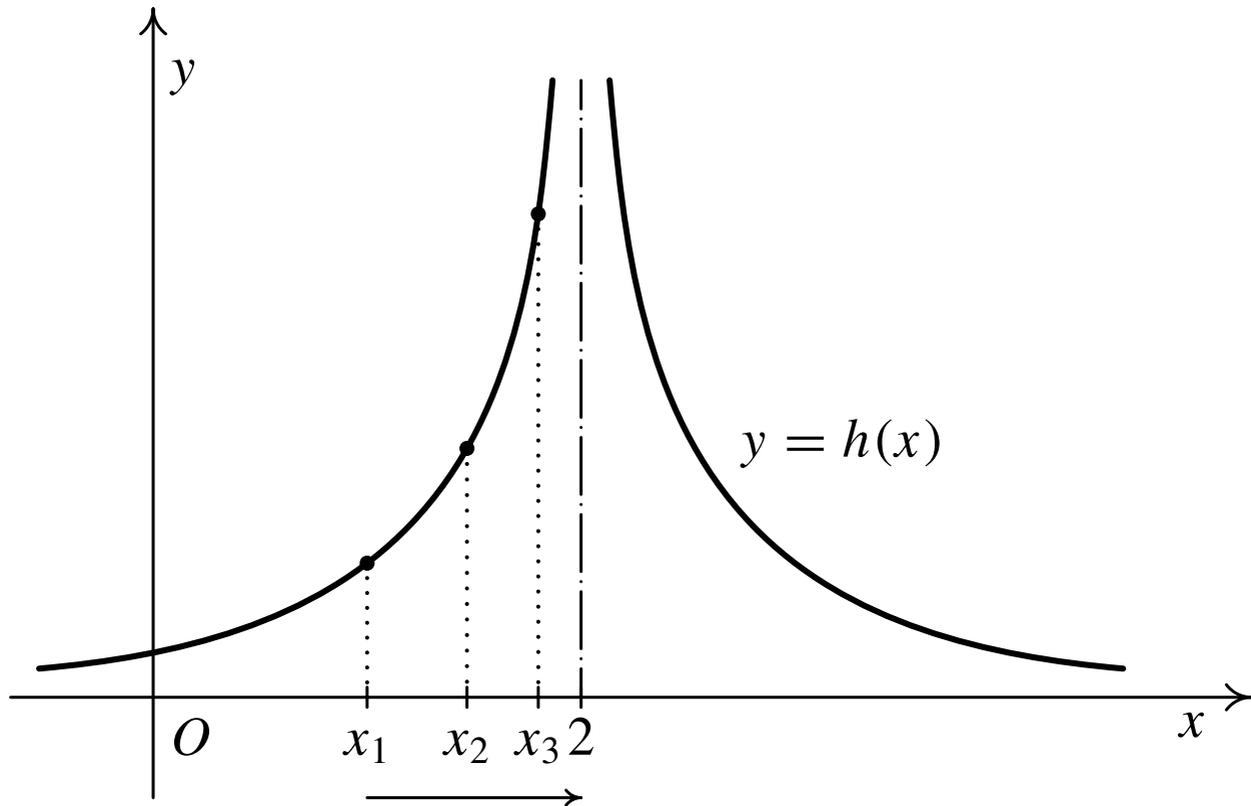
$$\pm\infty \notin \mathbb{R} \quad \text{ale} \quad \pm\infty \in \mathbb{R}^*$$

Limita – matematická konstrukce vyjadřující, že se funkční hodnota funkce $f(x)$ „přibližuje“ k nějaké hodnotě (vlastní i nevlastní), pokud se argument funkce x „blíží“ k nějaké konkrétní hodnotě (vlastní i nevlastní).

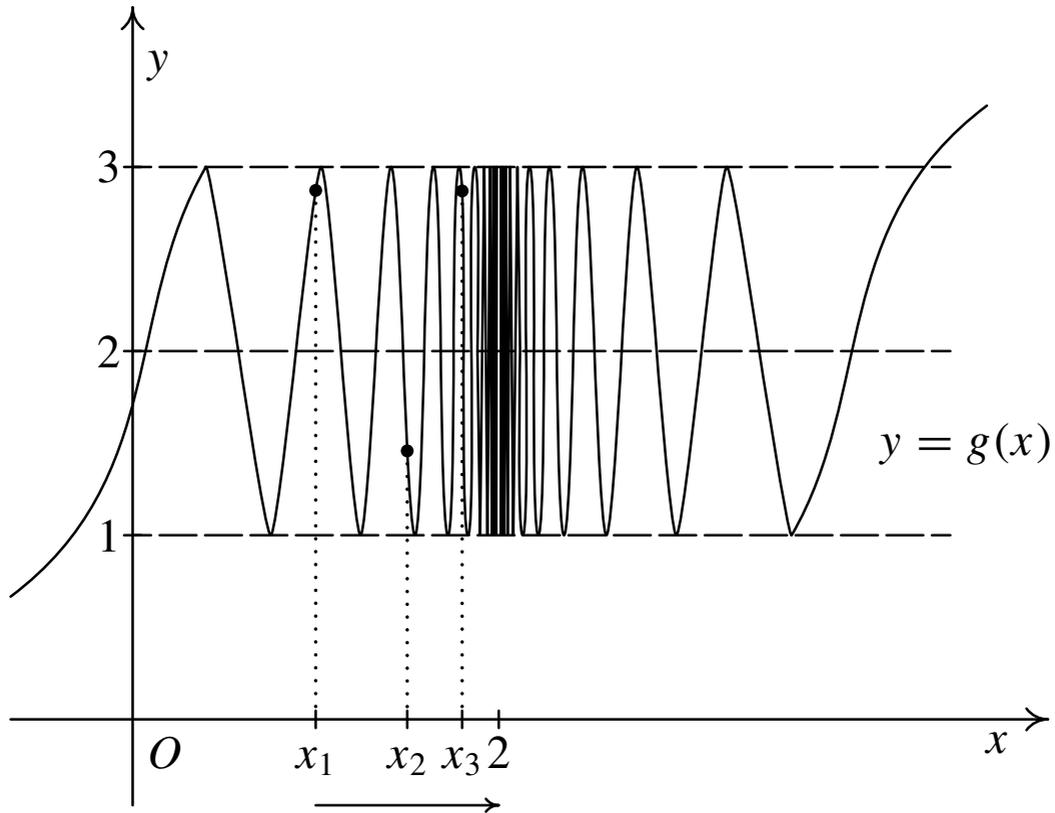
$$x \rightarrow 2 \quad \Rightarrow \quad f(x) \rightarrow 3$$



$$x \rightarrow 2 \Rightarrow f(x) \rightarrow +\infty$$



$$x \rightarrow 2 \quad \Rightarrow \quad f(x) \rightarrow ?$$

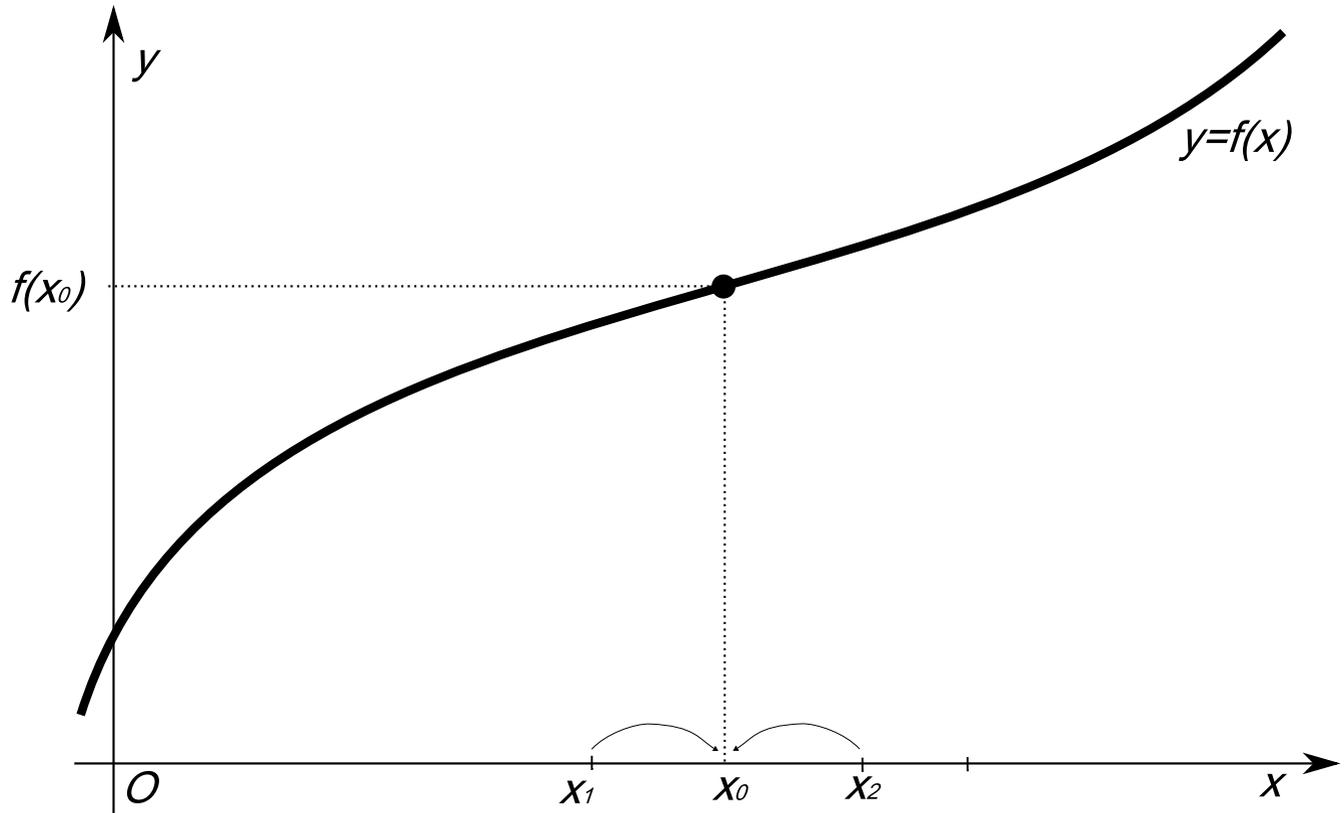


Limita v bodě zleva a zprava

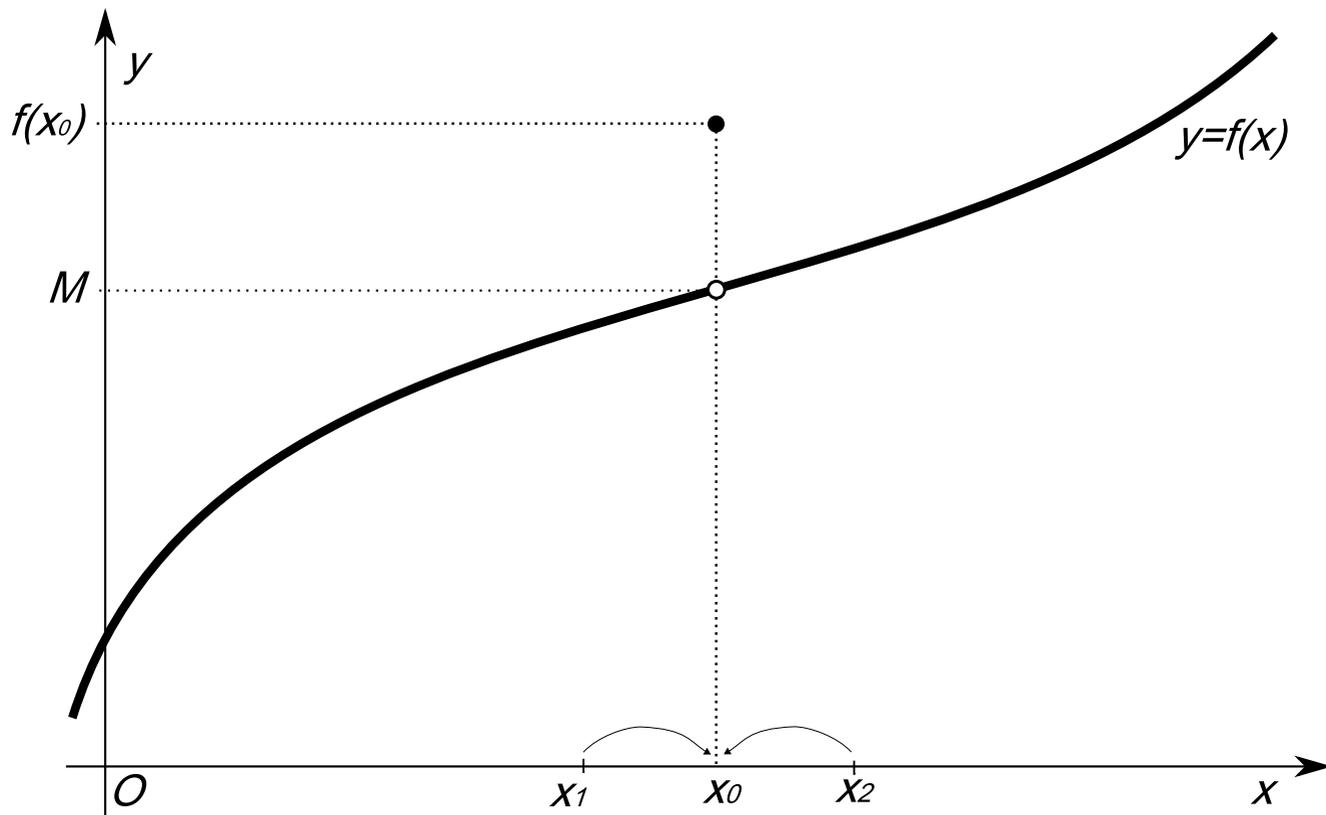
Funkční hodnoty funkce $f(x)$ se mohou „přibližovat“ k různým hodnotám (vlastním i nevlastním), pokud se argument funkce x bude „blížit“ ke konkrétní hodnotě (vlastní) **zleva** nebo **zprava**.

Funkce má tzv. limitu jen pokud se obě jednostranné limity rovnají!

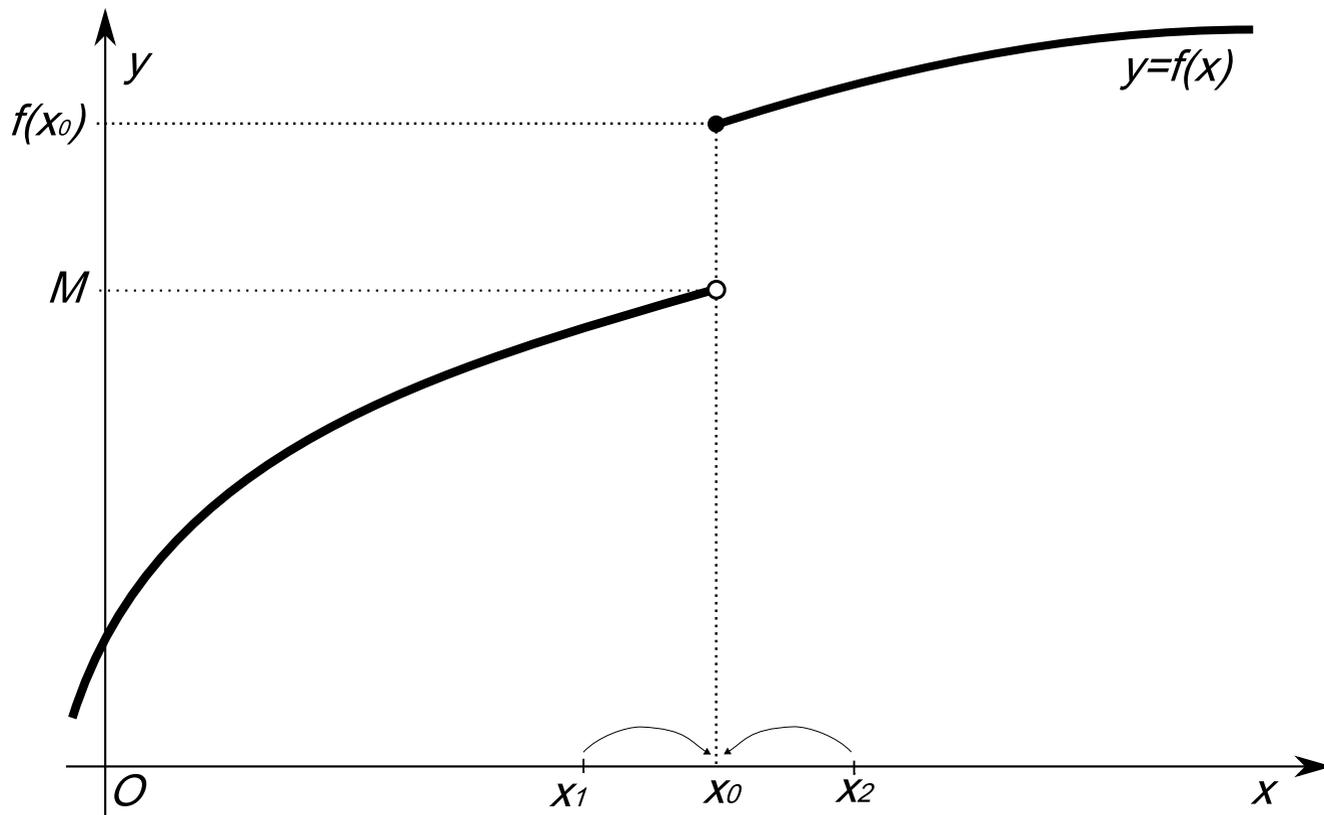
K jaké hodnotě se „blíží“ $f(x)$, když $x \rightarrow x_0$?



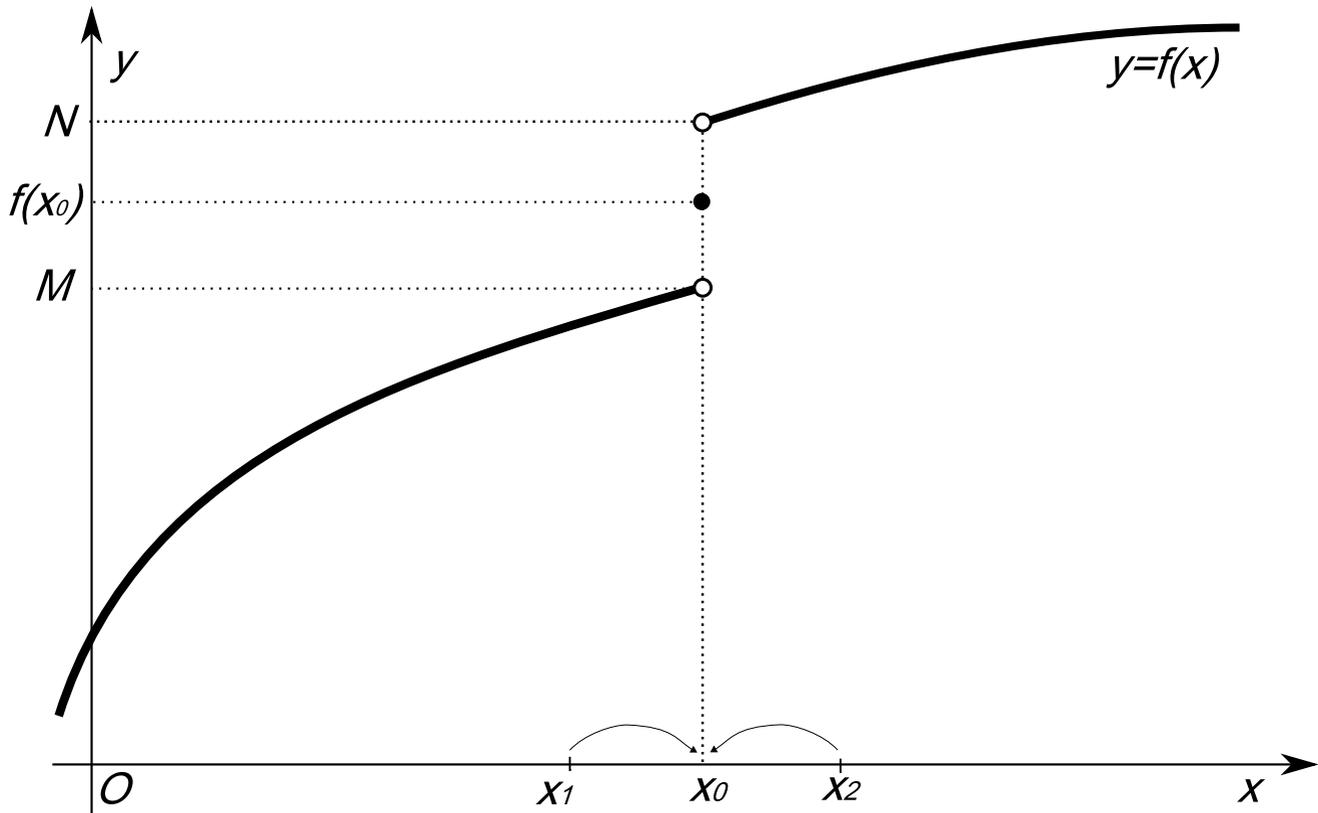
K jaké hodnotě se „blíží“ $f(x)$, když $x \rightarrow x_0$?



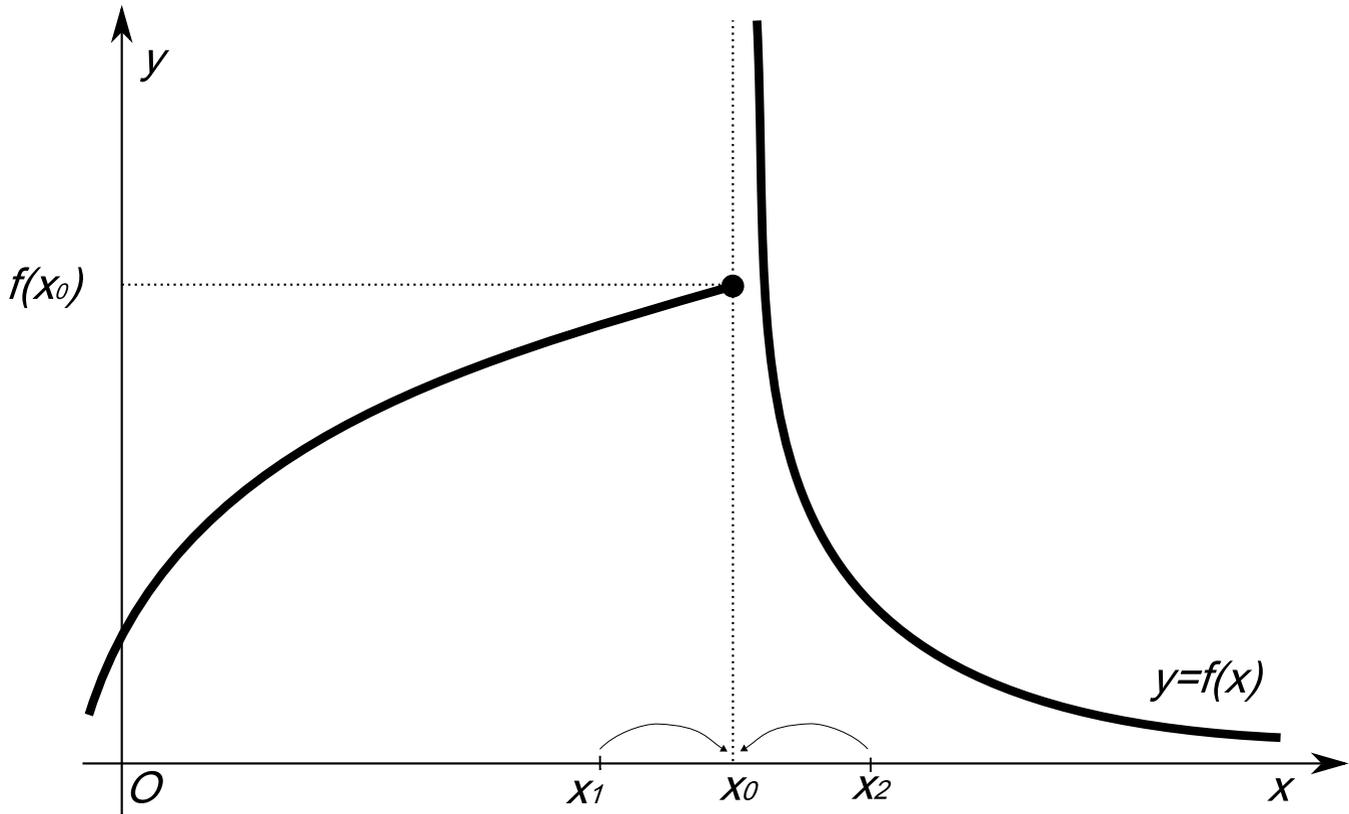
K jaké hodnotě se „blíží“ $f(x)$, když $x \rightarrow x_0$?



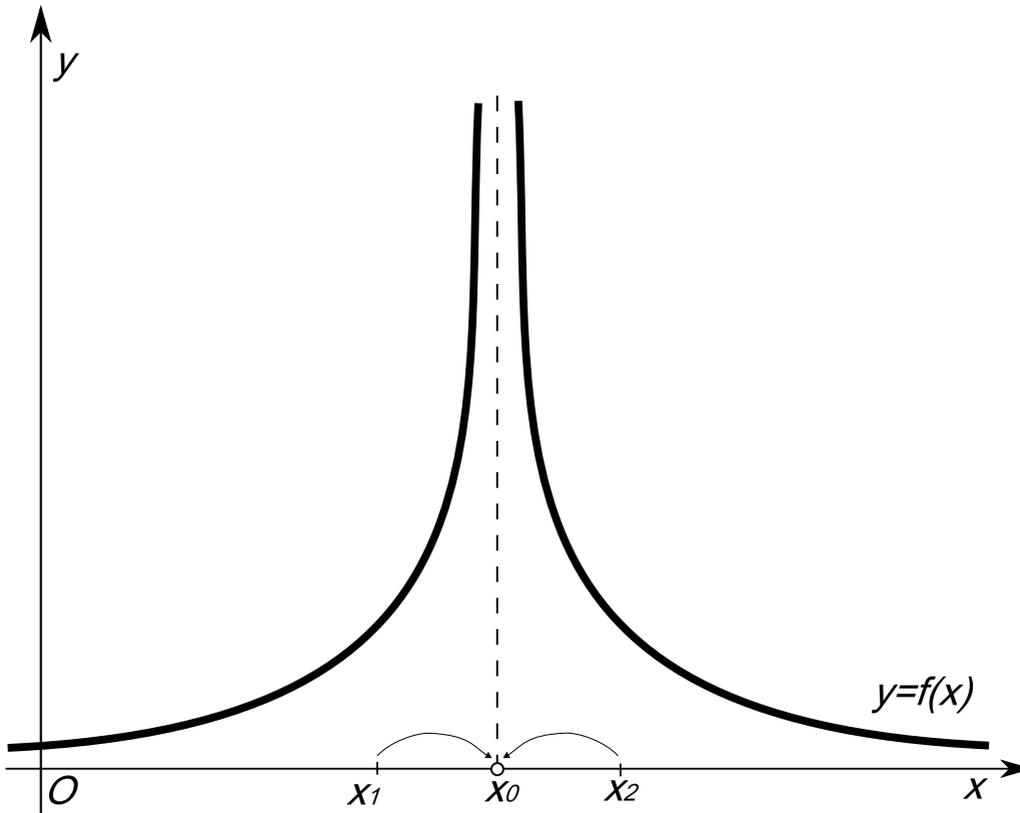
K jaké hodnotě se „blíží“ $f(x)$, když $x \rightarrow x_0$?



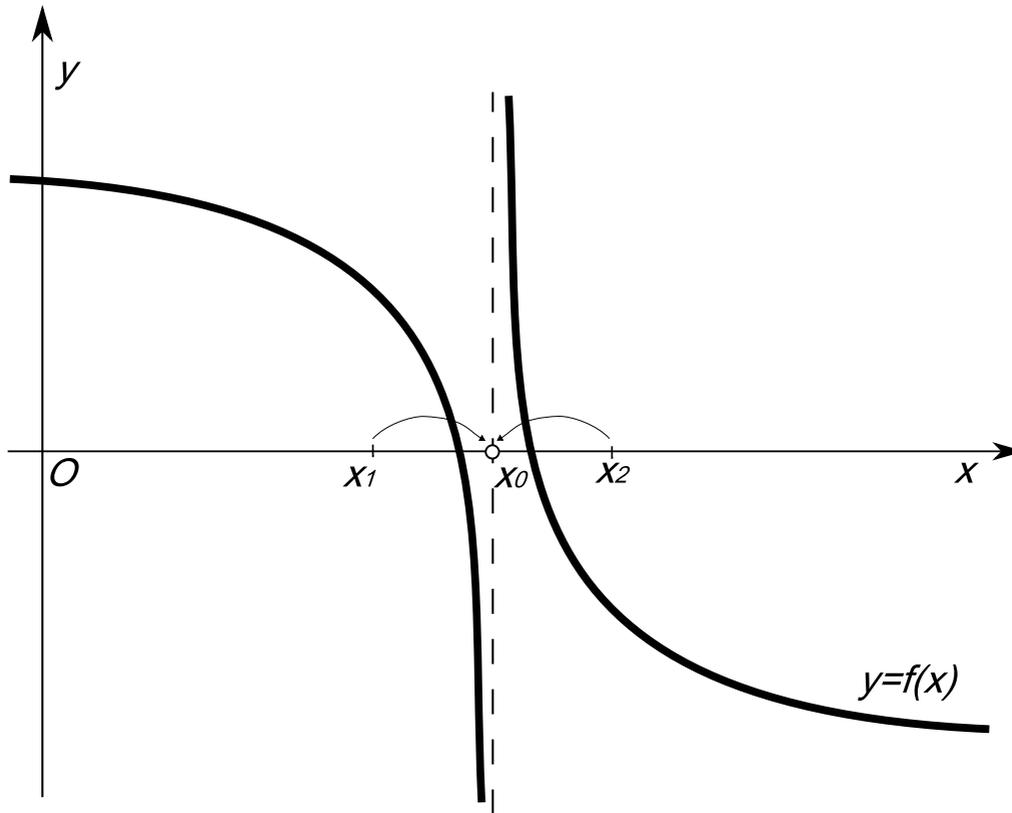
K jaké hodnotě se „blíží“ $f(x)$, když $x \rightarrow x_0$?



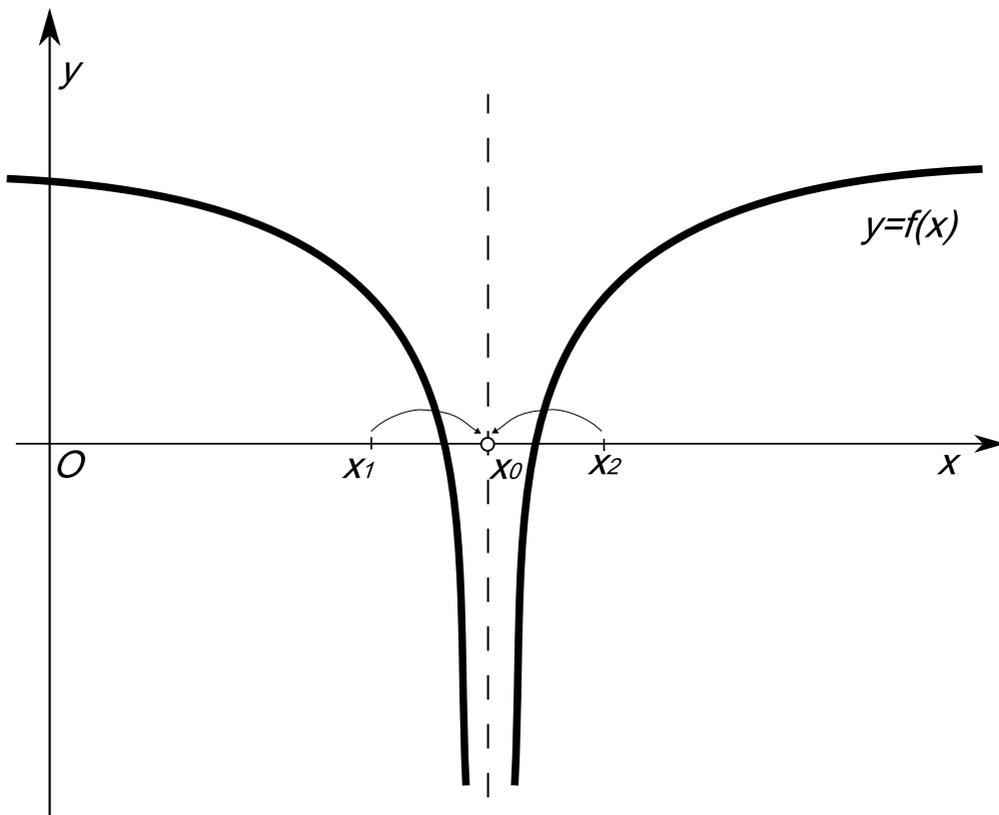
K jaké hodnotě se „blíží“ $f(x)$, když $x \rightarrow x_0$?



K jaké hodnotě se „blíží“ $f(x)$, když $x \rightarrow x_0$?



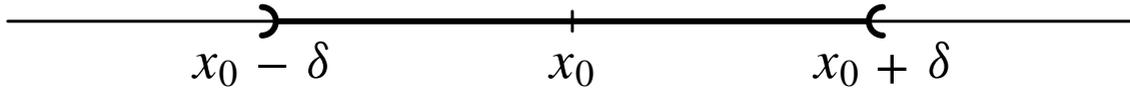
K jaké hodnotě se „blíží“ $f(x)$, když $x \rightarrow x_0$?



Okolí bodu

Pro $\delta \in \mathbb{R}^+$ rozumíme δ -okolím bodu x_0 interval:

$$(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$$



Další pojmy:

- levé a pravé okolí bodu
- prstencové okolí (bez bodu x_0)
- symetrické a nesymetrické okolí bodu

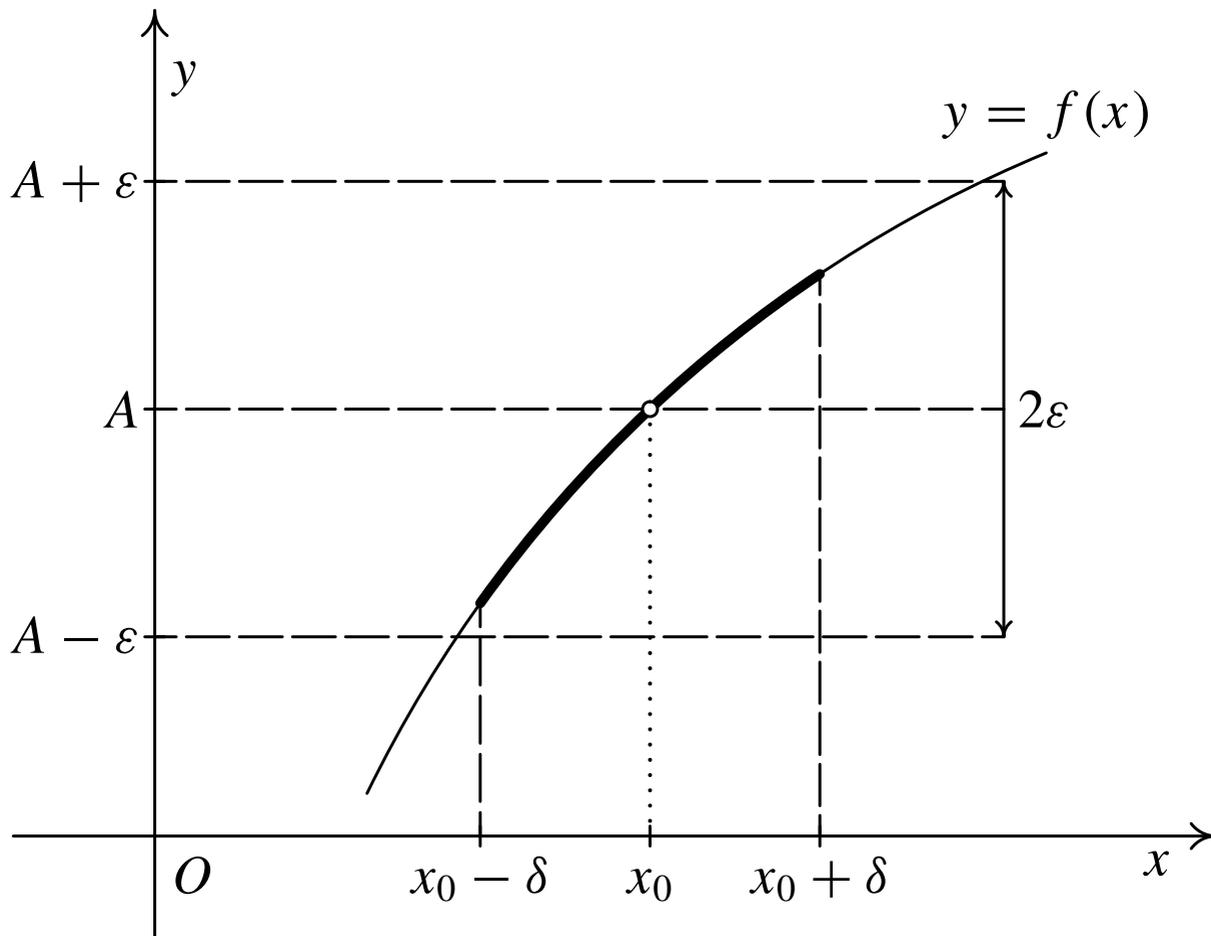
Vlastní limita ve vlastním bodě

DEF. Funkce $f: y = f(x)$ má v bodě $x_0 \in \mathbb{R}$ limitu $A \in \mathbb{R}$, jestliže $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0$ takové, že $\forall x \in (x_0 - \delta, x_0 + \delta), x \neq x_0$ platí, že $f(x) \in (A - \varepsilon, A + \varepsilon)$. Píšeme $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$.

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$$

Dnešní definice – 19. století (Cauchy, Weierstrass)

Geometrická interpretace limity



Jak rozumět definici?

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x} = \frac{1}{2}$$

Použité materiály a zdroje

- Petáková, RNDr. Jindra. Matematika: Příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy. Dotisk 1.vydání. Praha: Prometheus, 2003. 303 s. ISBN 8071960993.
- Tomica, R. Cvičení z matematiky – I. Brno: VAAZ, 1974.
- Kuben J., Šarmanová P., Diferenciální a integrální počet funkcí jedné proměnné [online]. 2013 [cit. 2013-04-15]. File: dp.pdf. Dostupný z WWW: <http://home1.vsb.cz/~s1a64/cd/pdf/print/dp.pdf>.
- FSI matematika online, Studijní text [online]. 2013 [cit. 2013-04-15]. File: Monotonnost-extremy.pdf. Dostupný z WWW: http://mathonline.fme.vutbr.cz/download.aspx?id_file=921.
- Archiv autora