evropský sociální fond v ČR | EVROPSKÁ UNIE | MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY | OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Vzdělávací materiál

vytvořený v projektu OP VK

Název školy:	Gymnázium, Zábřeh, náměstí Osvobození 20
Číslo projektu:	CZ.1.07/1.5.00/34.0211
Název projektu:	Zlepšení podmínek pro výuku na gymnáziu
Číslo a název klíčové aktivity:	III/2 - Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT

Anotace

Název tematické oblasti:	Analytická geometrie
Název učebního materiálu:	Hyperbola
Číslo učebního materiálu:	VY_32_INOVACE_M0119
Vyučovací předmět:	Matematika
Ročník:	3. ročník vyššího gymnázia
Autor:	Jaroslav Hajtmar
Datum vytvoření:	14.3.2013
Datum ověření ve výuce:	18.6.2014
Druh učebního materiálu:	pracovní list
Očekávaný výstup:	Na základě předložených vztahů zvládne zapsat rovnici známé hyperboly popř. z rovnice hyperboly danou hyperbolu zakreslit do souřadného systému. Zvládne převod obecné rovnice hyperboly na vrcholový tvar.
Metodické poznámky:	Materiál je určen k motivaci a procvičení učiva o hyperbolách. Může být použit k získání klasifikace.

Hyperbola - pracovní list

Různý přístup k hyperbole:

Úloha 1.

Hyperbola $\mathcal{H}$ se středem S a hlavní polosou ___ je _________________ bodů X, které mají stejnou absolutní ____________________________________ vzdáleností $2a$ od bodů _______, kterým se říká _____________ ____________________________. Ohnisková vzdálenost $2e$ je vzdálenost ohnisek E, F. Vzdálenost $e = |SE|$ se nazývá ___________________________ hyperboly.

Úloha 2.

Hyperbola je ____________________________, která vznikne řezem _____________________________ __________ plochy rovinou, která svírá s osou ____ ________ úhel φ, který je ____________ než úhel, který ____ ____. Rovina přitom ______________________ ___ vrcholem rotační kuželové plochy.

Úloha 3.

Podle klasifikace kuželoseček je hyperbola ______________________ a ____________________ kuželosečka.

Vrcholový tvar rovnice hyperboly:

Úloha 4. Načrtněte hyperbolu (určete délky poloos a, b, excentricitu e, souřadnice středu S, ohniska F_1, F_2 a rovnice asymptot), jestliže znáte její rovnici:

a) $\mathcal{H}_1$: $4x^2 - 9y^2 = 36$ b) $\mathcal{H}_2$: $9x^2 - 4y^2 = 36$ c) $\mathcal{H}_3$: $(x-1)^2 - 4(y+2)^2 = 16$ d) $\mathcal{H}_4$: $2x^2 - (y-3)^2 = 1$

Úloha 5. Najděte rovnici hyperboly, která má ohniska $F_1[-2, 0]$ a $F_2[18, 0]$ a hlavní poloosu délky 8j.

Úloha 6. Najděte rovnici hyperboly, která má vrcholy $A[0, -3]$ a $B[-4, -3]$ a jedno ohnisko $F_1[-5, -3]$.

Úloha 7. Najděte rovnici hyperboly, která má osy shodné s souřadnými osami a prochází body M[4,$2\sqrt{6}$] a N[$2\sqrt{3}$,4].

Úloha 8. Najděte rovnici hyperboly, víte-li, že její asymptoty a_1, a_2 mají rovnice $a_1\colon y = 2x$, $a_2\colon y = -2x$ a jeden vrchol B[3,0].

Obecná rovnice hyperboly:

Známe: Úprava doplněním na čtverec.

Úloha 9. Úpravou na středový tvar rovnice rozhodněte, zda je rovnice $4x^2 - 9y^2 + 18y - 45 = 0$ rovnicí hyperboly. Pokud ano, určete souřadnice středu, poloosy, ohniska, excentricitu a rovnice asymptot.

Úloha 10. Úpravou na středový tvar rovnice rozhodněte, zda je rovnice $x^2 - y^2 - 1 = 0$ rovnicí hyperboly. Pokud ano, určete souřadnice středu, poloosy, ohniska, excentricitu a rovnice asymptot.

Úloha 11. Úpravou na středový tvar rovnice rozhodněte, zda je rovnice $x^2 - 4y^2 + 4x - 4y + 2 = 0$ rovnicí hyperboly. Pokud ano, určete souřadnice středu, poloosy, ohniska, excentricitu a rovnice asymptot.

Úloha 12. Úpravou na středový tvar rovnice rozhodněte, zda je rovnice $x^2 - 4y^2 + 4x - 8y = 0$ rovnicí hyperboly. Pokud ano, určete souřadnice středu, poloosy, ohniska, excentricitu a rovnice asymptot.

Úloha 13. Úpravou na středový tvar rovnice rozhodněte, zda je rovnice $9x^2 - 4y^2 - 8y - 40 = 0$ rovnicí hyperboly. Pokud ano, určete souřadnice středu, poloosy, ohniska, excentricitu a rovnice asymptot.

Výsledky úloh

1.

Hyperbola $\mathcal{H}$ se středem S a hlavní polosou a je množina bodů X, které mají stejnou absolutní hodnotu rozdílu vzdáleností $2a$ od bodů E, F, kterým se říká ohniska hyperboly. Ohnisková vzdálenost $2e$ je vzdálenost ohnisek E, F. Vzdálenost $e = |SE|$ se nazývá excentricita hyperboly.

2.

Hyperbola je kuželosečka, která vznikne řezem rotační kuželové plochy rovinou, která svírá s osou rotační kuželové plochy úhel φ, který je menší než úhel, který určují osa a strana rotační kuželové plochy. Rovina přitom neprochází vrcholem rotační kuželové plochy.

3.

Podle klasifikace kuželoseček je hyperbola regulární a středová kuželosečka.

4. a) S[0,0], a=3, b=2, e=$\sqrt{13}$, F$_{1,2}$=[$\pm\sqrt{13}$,0], $as_{1,2}$: $y = \pm\frac{2}{3}x$;

b) S[0,0], a=2, b=3, e=$\sqrt{13}$, F$_{1,2}$=[$\pm\sqrt{13}$,0], $as_{1,2}$: $y = \pm\frac{3}{2}x$;

c) S[1,-2], a=4, b=2, e=$2\sqrt{5}$, F$_{1,2}$=[$1 \pm 2\sqrt{5}$,-2], $as_{1,2}$: $y + 2 = \pm\frac{1}{2}(x - 1)$;

d) S[0,3], a=$\frac{\sqrt{2}}{2}$, b=1, e=$\frac{\sqrt{6}}{2}$, F$_{1,2}$=[$\pm\frac{\sqrt{6}}{2}$,3], $as_{1,2}$: $y - 3 = \pm\sqrt{2}x$;

5. $\frac{(x-8)^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$

6. $\frac{(x+2)^2}{4} - \frac{(y+3)^2}{5} = 1$

7. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{8} = 1$

8. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{36} = 1$

9. Hyperbola S[0,1], a=3, b=2, e=$\sqrt{13}$, F$_1, 2$[$\pm\sqrt{13}$,1], $as_{1,2}$: $y - 1 = \pm\frac{2}{3}x$

10. Rovnoosá hyperbola S[0,0], a=1, b=1, e=$\sqrt{2}$, F$_1, 2$[$\pm\sqrt{2}$,0], $as_{1,2}$: $y = \pm x$

11. Hyperbola S[-2,$-\frac{1}{2}$], a=1, b=$\frac{1}{2}$, e=$\frac{\sqrt{5}}{2}$, F$_1, 2$[$-2 \pm \frac{\sqrt{5}}{2}$,$-\frac{1}{2}$], $as_{1,2}$: $y + \frac{1}{2} = \pm\frac{1}{2}(x + 2)$

12. Dvě různoběžky p_1: $x - 2y = 0$, p_2: $x + 2y + 4 = 0$, průsečík [-2,1]

13. Hyperbola S[0,-1], a=2, b=3, e=$\sqrt{13}$, F$_1, 2$[$\pm\sqrt{13}$,-1], $as_{1,2}$: $y + 1 = \pm\frac{3}{2}x$

Použité materiály a zdroje

Petáková, RNDr. Jindra. Matematika: Příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy. Dotisk 1.vydání. Praha: Prometheus, 2003. 303 s. ISBN 8071960993.