



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

## Vzdělávací materiál vytvořený v projektu OP VK

|                                 |   |
|---------------------------------|---|
| Název školy:                    | Gymnázium, Zábřeh, náměstí Osvobození 20                |
| Číslo projektu:                 | CZ.1.07/1.5.00/34.0211                                  |
| Název projektu:                 | Zlepšení podmínek pro výuku na gymnáziu                 |
| Číslo a název klíčové aktivity: | III/2 - Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT |

# Anotace

|                                  |  |
|----------------------------------|--|
| <b>Název tematické oblasti:</b>  | Analytická geometrie   |
| <b>Název učebního materiálu:</b> | Elipsa   |
| <b>Číslo učebního materiálu:</b> | VY_32_INOVACE_M0114  |
| <b>Vyučovací předmět:</b>        | Matematika   |
| <b>Ročník:</b>                   | 3. ročník vyššího gymnázia   |
| <b>Autor:</b>                    | Jaroslav Hajtmar   |
| <b>Datum vytvoření:</b>          | 22.1.2013  |
| <b>Datum ověření ve výuce:</b>   | 5.6.2014   |
| <b>Druh učebního materiálu:</b>  | prezentace   |
| <b>Očekávaný výstup:</b>         | Student si dělá poznámky k probíranému tématu                                |
| <b>Metodické poznámky:</b>       | Materiál je určen jako osnova výkladu nového učiva resp. pro účely opakování |

# Elipsa

Jaroslav Hajtmar

22.1.2013

# Elipsa

## Přístupy k elipse:

- křivka (uzavřená křivka v rovině)
- kuželosečka (řez kuželové plochy rovinou)
- množina bodů dané vlastnosti (přístup AG)

**DEF:** Elipsa je množina bodů  $X$  roviny, které mají stejný součet vzdáleností ( $2a$ ) od dvou pevně zvolených bodů – tzv. ohnisek (ohniska  $E, F$   $2a > |EF|$ ).

# Elipsa ve fyzice a reálném světě

- Má-li eliptické zrcadlo v jednom ohnisku zdroj světla, všechny paprsky se podle zákona odrazu odrazí do jediného bodu — druhého ohniska (odrazová vlastnost elipsy).
- Planety se kolem Slunce pohybují po elipsách s malou excentricitou (první Keplerův zákon - kolem r. 1600) – důsledek gravitačního zákona (Isaac Newton – kolem r. 1680).

# Zahradnická konstrukce elipsy

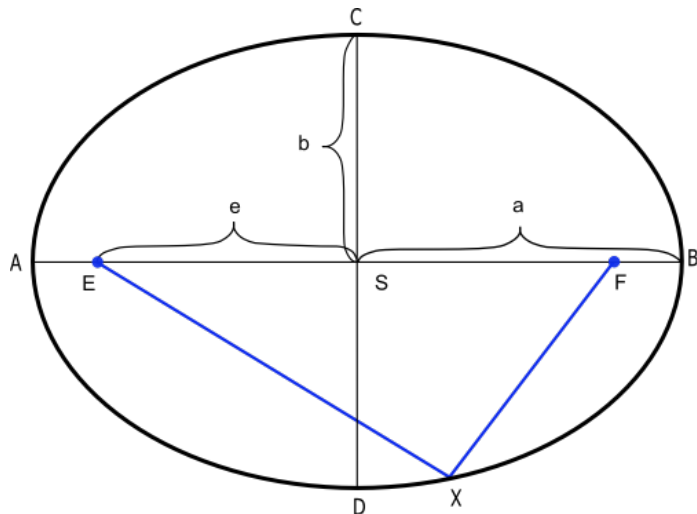
E

F



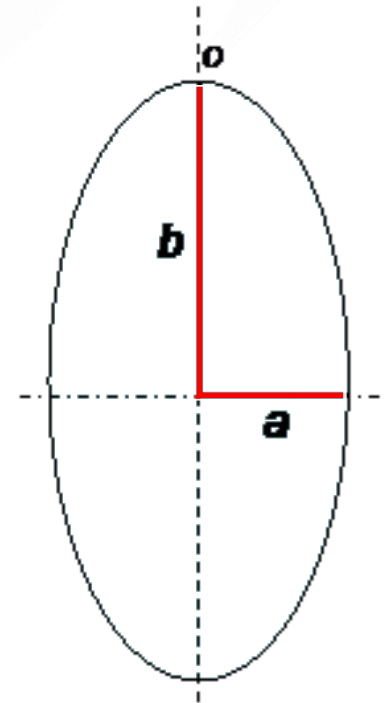
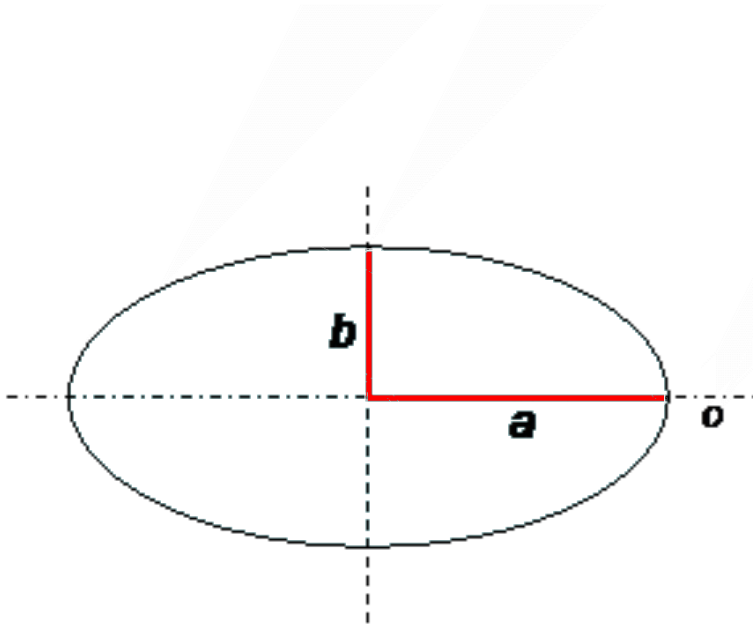
<Reset>

## Základní prvky elipsy:



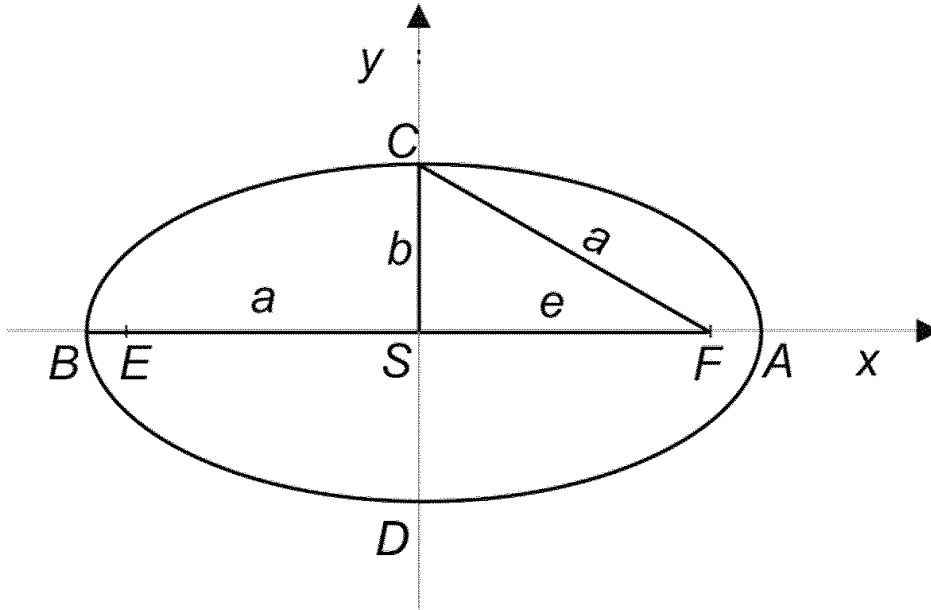
- vrcholy
- ohniska
- střed
- hlavní osa
- hlavní poloosa
- vedlejší osa
- vedlejší poloosa
- excentricita
- ohnisková vzdálenost

# Vliv poloos na orientaci elipsy



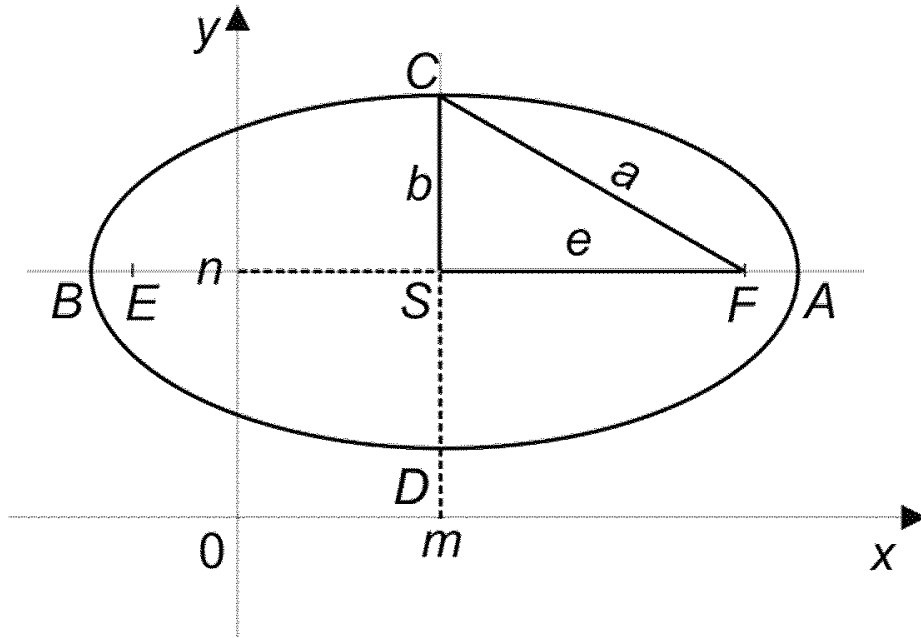


## Středová rovnice elipsy: $S = [0, 0]$



$$\varepsilon: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

## Středová rovnice elipsy: $S = [m, n]$



$$\varepsilon: \frac{(x - m)^2}{a^2} + \frac{(y - n)^2}{b^2} = 1$$

# Odvození rovnice elipsy

$$|EX| + |FX| = 2a$$

$$\sqrt{(x+e)^2 + y^2} + \sqrt{(x-e)^2 + y^2} = 2a$$

$$-2x^2 - 2e^2 - 2y^2 + 4a^2 = 2\sqrt{x^4 + e^4 + y^4 - 2e^2x^2 + 2x^2y^2 + 2e^2y^2}$$

$$-4e^2x^2 = 4a^4 - 4a^2x^2 - 4a^2e^2 - 4a^2y^2$$

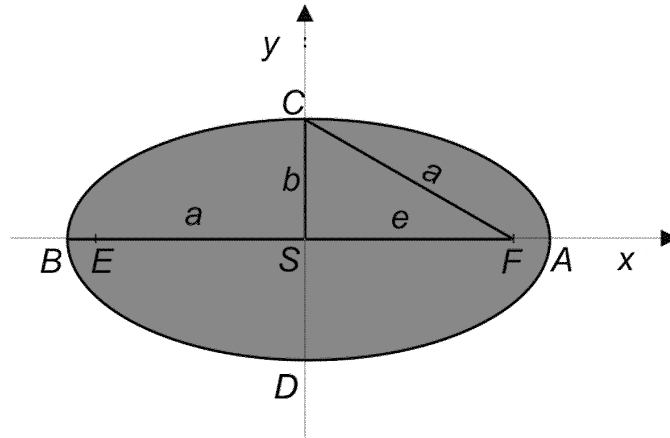
$$x^2(a^2 - e^2) + a^2y^2 = a^2(a^2 - e^2)$$

$$x^2b^2 + a^2y^2 = a^2b^2$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$a^2 - e^2 = b^2$$

# Vnitřní oblast elipsy $S = [0, 0]$

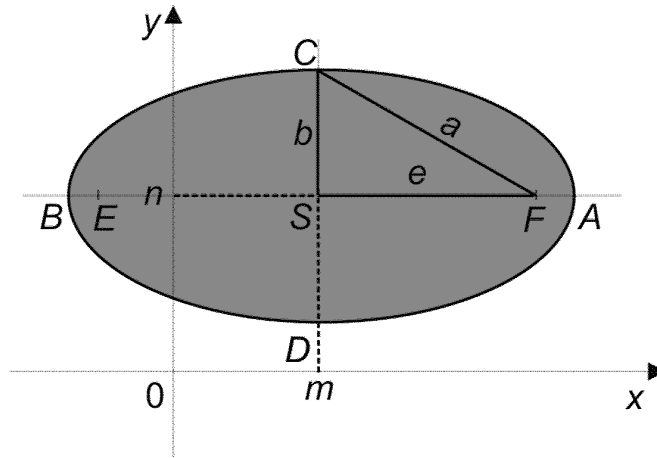


$$\mathcal{E}_1: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1$$

Vnitřní oblast elipsy:

$$\mathcal{E}_2: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} < 1$$

# Vnitřní oblast elipsy $S = [m, n]$



$$\varepsilon: \frac{(x - m)^2}{a^2} + \frac{(y - n)^2}{b^2} \leq 1$$

Vnitřní oblast elipsy:

$$\varepsilon: \frac{(x - m)^2}{a^2} + \frac{(y - n)^2}{b^2} < 1$$

# Použité materiály a zdroje

■ Archiv autora