



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Vzdělávací materiál vytvořený v projektu OP VK

Název školy:	Gymnázium, Zábřeh, náměstí Osvobození 20
Číslo projektu:	CZ.1.07/1.5.00/34.0211
Název projektu:	Zlepšení podmínek pro výuku na gymnáziu
Číslo a název klíčové aktivity:	III/2 - Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT

Anotace

Název tematické oblasti:	Integrální počet
Název učebního materiálu:	Substituce vedoucí k řešení integrálu vedoucího k výsledku arcsin x
Číslo učebního materiálu:	VY_32_INOVACE_M0303
Vyučovací předmět:	Matematika
Ročník:	4. ročník vyššího gymnázia
Autor:	Jaroslav Hajtmar
Datum vytvoření:	5.1.2014
Datum ověření ve výuce:	22.1.2014
Druh učebního materiálu:	prezentace
Očekávaný výstup:	Student si dělá poznámky k probíranému tématu a průběžně řeší předkládané úlohy
Metodické poznámky:	Materiál – prezentace – je určen jako osnova výkladu nového učiva resp. pro účely opakování

Substituce vedoucí k řešení integrálu vedoucího k výsledku $\arcsin x$

Jaroslav Hajtmar

5.1.2014

Integrály vedoucí k výsledku typu arcsin

Ovládáme:

- a) Základní tabulkový vzorec $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + c$
- b) Základní úpravy integrálů (vytýkání před integrál atd.)
- c) Substituční metodu (substituce za lineární funkci)
- d) Úpravy a řešení integrálů vedoucích na funkci $\arctg x$

Jak vypočítat integrál typu:

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-ax^2}} dx = ??? \quad (a > 0)$$

Řešme konkrétní příklad: $\int \frac{1}{\sqrt{1-3x^2}} dx =$

Návod: Upravme a zavedme substituci

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-3x^2}} dx = \int \frac{1}{\sqrt{1-(\sqrt{3}x)^2}} dx = \left| \begin{array}{l} \sqrt{3}x = t \\ \sqrt{3} dx = dt \end{array} \right| = \dots$$

...dopočítejte samostatně!

Zkusme ještě jeden příklad: $\int \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} dx =$

$$\int \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} dx = \int \frac{1}{\sqrt{4 \cdot \left(1 - \frac{1}{4}x^2\right)}} dx = \int \frac{1}{2\sqrt{1 - \left(\frac{x}{2}\right)^2}} dx =$$

$$\left| \begin{array}{l} \frac{x}{2} = t \\ \frac{1}{2} dx = dt \end{array} \right| = \dots$$

...dopočítejte samostatně!

Úkol:

Vypočítejte samostatně s využitím obrátů z předchozích příkladů a s použitím úpravy **doplnění na čtverec** následující integrály:

$$\int \frac{1}{\sqrt{1 - ax^2}} dx = \quad (a > 0)$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{a - x^2}} dx = \quad (a > 0)$$

Pokuste se odvodit obecný vzorec pro integrál:

$$\int \frac{1}{\sqrt{b - ax^2}} dx = \quad (a > 0, b > 0)$$

Řešení:

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-ax^2}} dx = \frac{1}{\sqrt{a}} \arcsin \sqrt{a}x + c \quad (a > 0)$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{a-x^2}} dx = \arcsin \frac{x}{\sqrt{a}} + c \quad (a > 0)$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{b-ax^2}} dx = \frac{1}{\sqrt{a}} \arcsin \sqrt{\frac{a}{b}}x + c \quad (a > 0, b > 0)$$

Použité materiály a zdroje

- Tomica, R. Cvičení z matematiky – I. Brno: VAAZ, 1974.
- Archiv autora