



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Vzdělávací materiál vytvořený v projektu OP VK

Název školy:	Gymnázium, Zábřeh, náměstí Osvobození 20
Číslo projektu:	CZ.1.07/1.5.00/34.0211
Název projektu:	Zlepšení podmínek pro výuku na gymnáziu
Číslo a název klíčové aktivity:	III/2 - Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT

Anotace

Název tematické oblasti:	Analytická geometrie
Název učebního materiálu:	Hyperbola
Číslo učebního materiálu:	VY_32_INOVACE_M0118
Vyučovací předmět:	Matematika
Ročník:	3. ročník vyššího gymnázia
Autor:	Jaroslav Hajtmar
Datum vytvoření:	25.2.2013
Datum ověření ve výuce:	17.6.2014
Druh učebního materiálu:	prezentace
Očekávaný výstup:	Student si dělá poznámky k probíranému tématu
Metodické poznámky:	Materiál je určen jako osnova výkladu nového učiva resp. pro účely opakování

Hyperbola

Jaroslav Hajtmar

25.2.2013

Hyperbola

Přístupy k hyperbole:

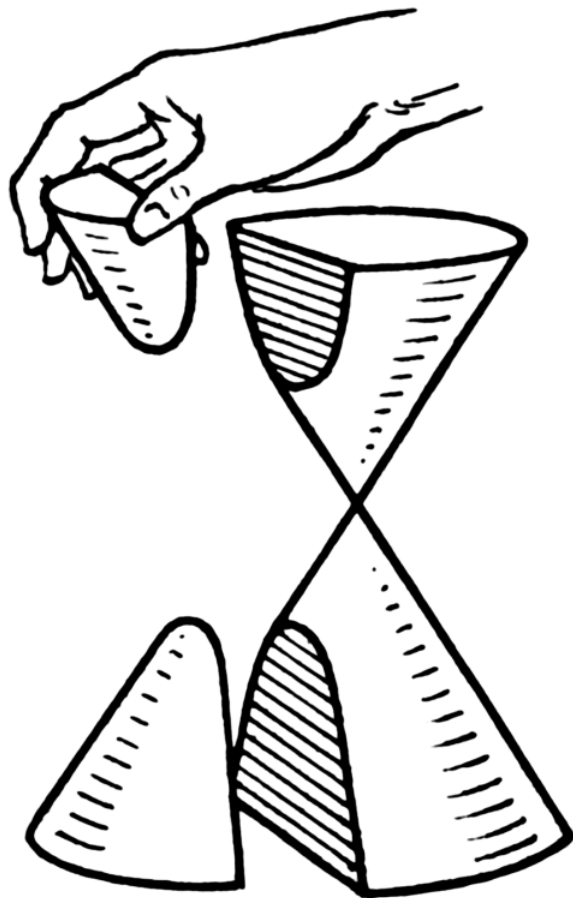
- rovinná křivka 2. stupně (otevřená křivka v rovině)
- kuželosečka s výstředností větší než 1 (řez kuželové plochy rovinou)
- množina bodů dané vlastnosti (přístup AG)

DEF: Nechť jsou v rovině E_2 dány dva různé body E, F a konstanta $a > 0$, pro kterou platí $2a < |EF|$.

Hyperbola je množina všech bodů v rovině E_2 , které mají konstantní absolutní hodnotu rozdílu vzdáleností od bodů E a F rovnu $2a$.

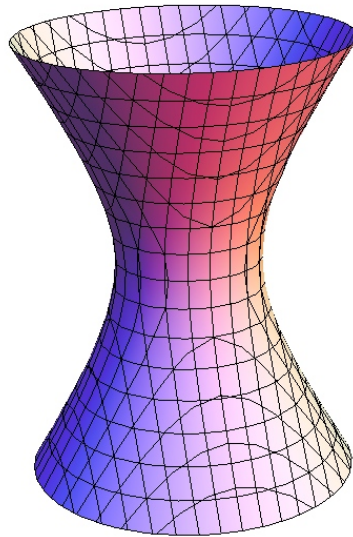
$$\mathcal{H} = \{X \in E_2; ||EX| - |XF|| = 2a; 2a < |EF|\}$$

Hyperbola jako kuželosečka



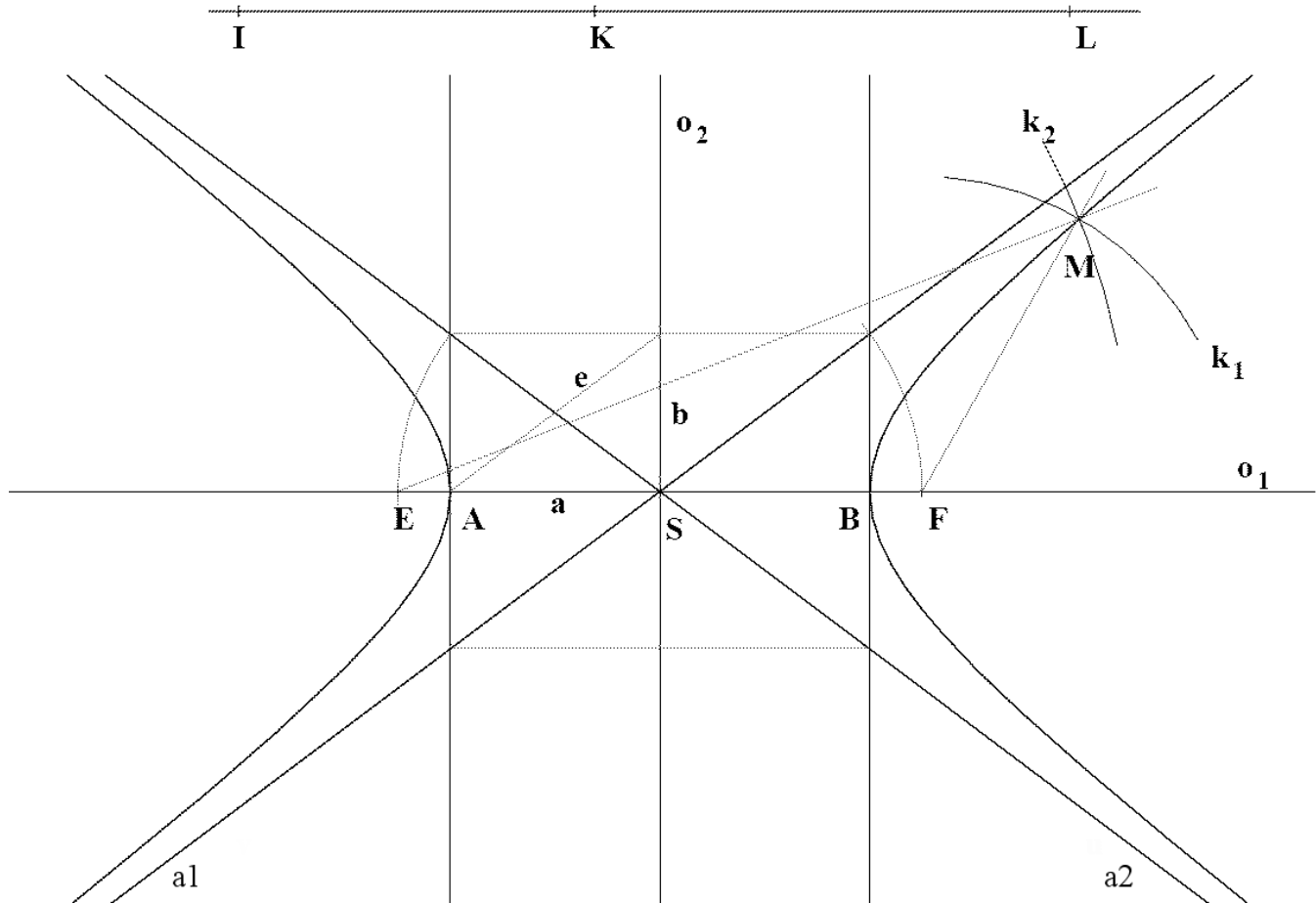
Hyperbola ve skutečném světě

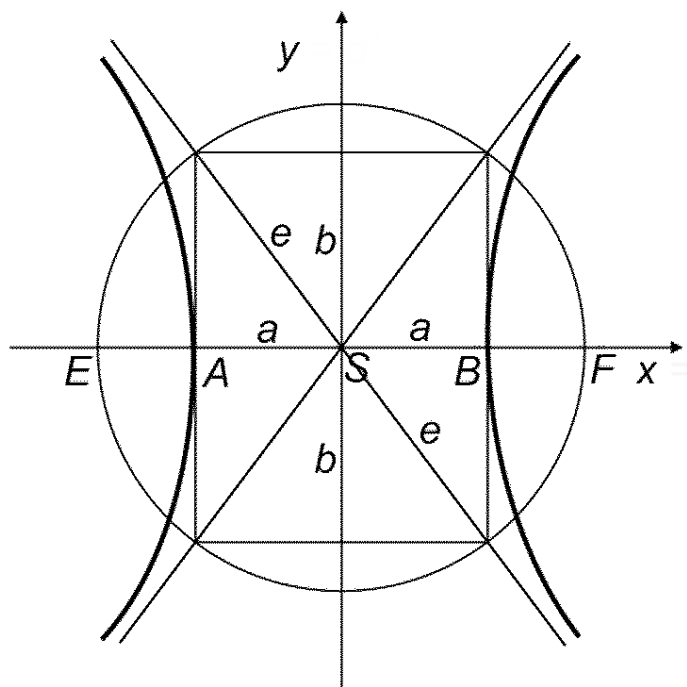
- Rotací hyperboly kolem její osy vzniká rotační hyperboloid (jednodílný, dvojdílný)
- Tvar hyperboloidu se často používá ve stavebnictví



Jednodílný rotační hyperboloid

Konstrukce hyperboly





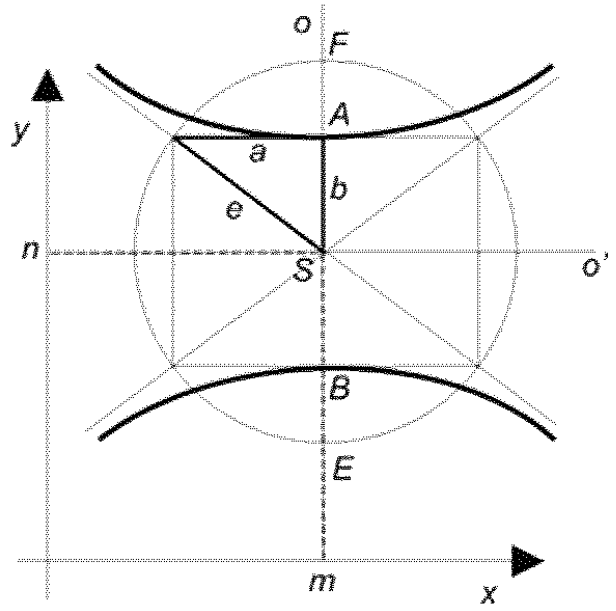
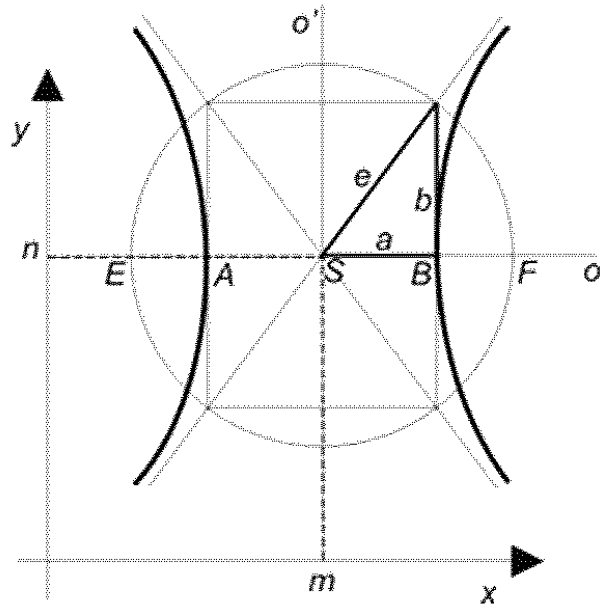
Základní prvky hyperboly:

- vrcholy
- ohniska
- větve hyperboly
- osa hyperboly
- asymptoty
- směrnice asymptoty

Orientace hyperboly

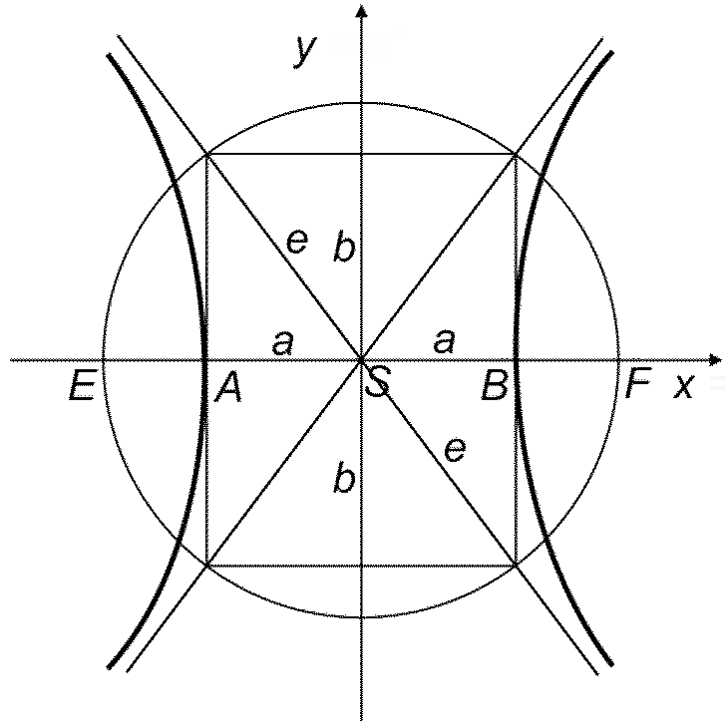
$$\mathcal{H}_1: \frac{(x - m)^2}{a^2} - \frac{(y - n)^2}{b^2} = 1$$

$$\mathcal{H}_2: \frac{(y - n)^2}{a^2} - \frac{(x - m)^2}{b^2} = 1$$



Středová rovnice hyperboly $\mathcal{H} \parallel \mathbf{o} \parallel \mathbf{o}_x, \mathbf{S} = [0, 0]$

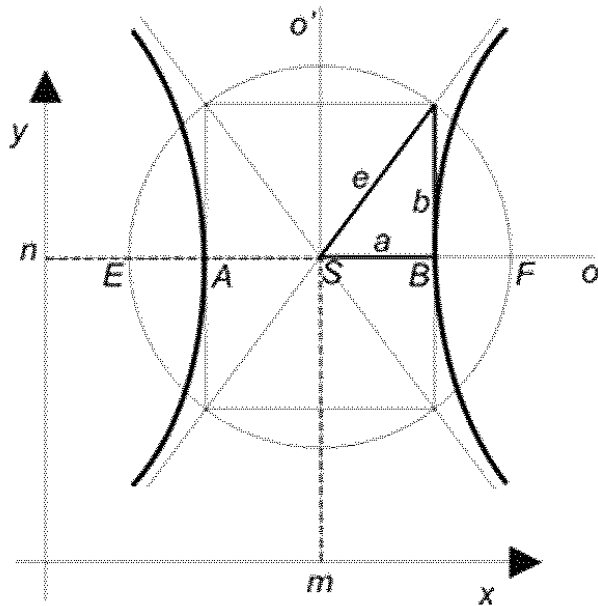
$$\mathcal{H}: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$



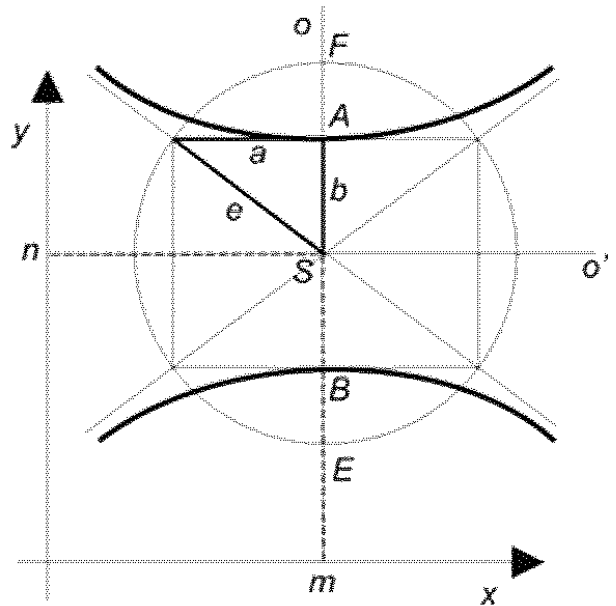
Středové rovnice hyperbol $S = [m, n]$

$o \parallel o_x$ $o \parallel o_y$

$$\mathcal{H}_1: \frac{(x - m)^2}{a^2} - \frac{(y - n)^2}{b^2} = 1$$



$$\mathcal{H}_2: \frac{(y - n)^2}{a^2} - \frac{(x - m)^2}{b^2} = 1$$



Středové rovnice hyperboly

$$\mathcal{H}: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\mathcal{H}_1: \frac{(x - m)^2}{a^2} - \frac{(y - n)^2}{b^2} = 1$$

$$\mathcal{H}_2: \frac{(y - n)^2}{a^2} - \frac{(x - m)^2}{b^2} = 1$$

$$e^2 = a^2 + b^2$$

Odvození rovnice hyperboly

$$\|EX\| - \|FX\| = 2a$$

$$\left| \sqrt{(x+e)^2 + y^2} - \sqrt{(x-e)^2 + y^2} \right| = 2a$$

$$-2x^2 - 2e^2 - 2y^2 + 4a^2 = -2\sqrt{x^4 + e^4 + y^4 - 2e^2x^2 + 2x^2y^2 + 2e^2y^2}$$

$$-4e^2x^2 = 4a^4 - 4a^2x^2 - 4a^2e^2 - 4a^2y^2$$

$$-x^2(e^2 - a^2) + a^2y^2 = -a^2(e^2 - a^2)$$

$$-x^2b^2 + a^2y^2 = -a^2b^2$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$e^2 = a^2 + b^2$$

Použité materiály a zdroje

- Pearson Scott Foresman. [online]. 2013 [cit. 2013-04-21]. File: Hyperbola_(PSF).png. Dostupný z WWW: <http://cs.wikipedia.org/wiki/Hyperbola>.
[http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Hyperbola_\(PSF\).png](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Hyperbola_(PSF).png)
- Archiv autora