



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Vzdělávací materiál vytvořený v projektu OP VK

Název školy:	Gymnázium, Zábřeh, náměstí Osvobození 20
Číslo projektu:	CZ.1.07/1.5.00/34.0211
Název projektu:	Zlepšení podmínek pro výuku na gymnáziu
Číslo a název klíčové aktivity:	III/2 - Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT

Anotace

Název tematické oblasti:	Analytická geometrie
Název učebního materiálu:	Vzdálenost mimoběžek
Číslo učebního materiálu:	VY_32_INOVACE_M0109
Vyučovací předmět:	Matematika
Ročník:	3. ročník vyššího gymnázia
Autor:	Jaroslav Hajtmar
Datum vytvoření:	4.3.2014
Datum ověření ve výuce:	27.5.2014
Druh učebního materiálu:	prezentace
Očekávaný výstup:	Student si dělá poznámky k probíranému tématu
Metodické poznámky:	Materiál je určen jako osnova výkladu nového učiva resp. pro účely opakování

Vzdálenost mimoběžek

Jaroslav Hajtmar

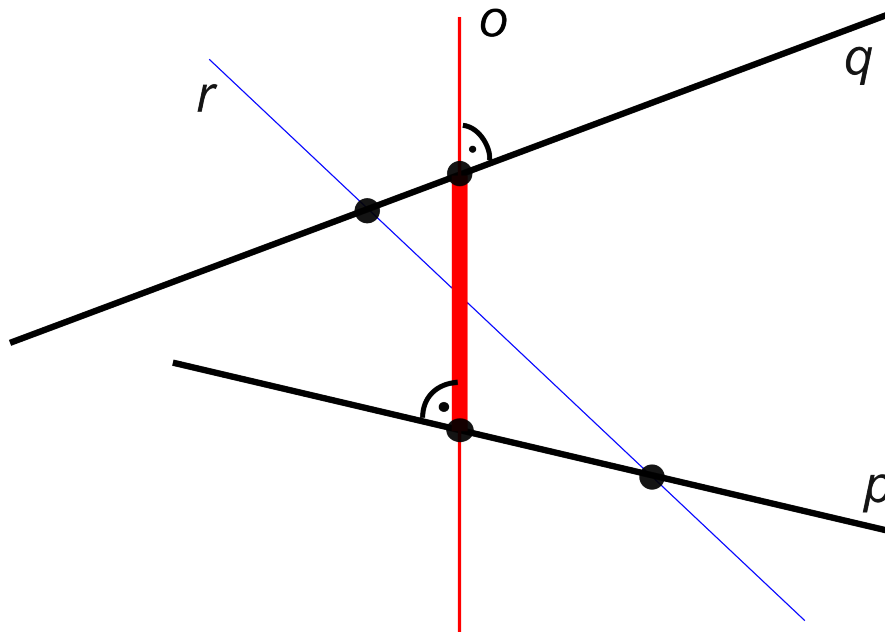
4.3.2014

Vzdálenost mimoběžných přímek

Přímka protínající obě mimoběžky – **příčka mimoběžek**.

Příčka kolmá současně k oběma mimoběžkám – **osa mimoběžek**.

DEF. Vzdálenost mimoběžek je délka úsečky s krajními body v průsečících osy mimoběžek s oběma mimoběžkami.



POZN 1: Najít osu mimoběžek není vůbec jednoduché.

Při hledání vzdálenosti mimoběžek používáme proto jiný postup.

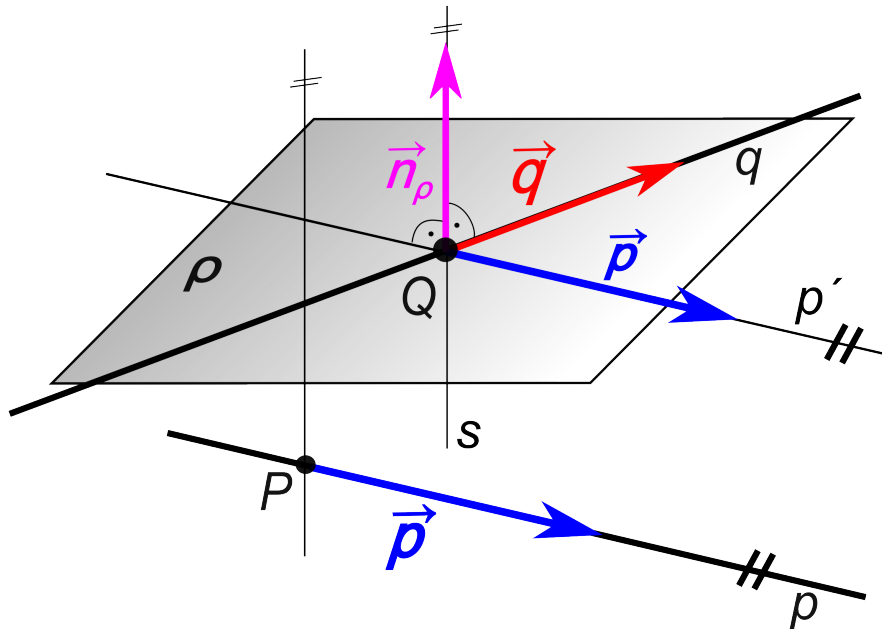
Úloha: Jsou dány dvě mimoběžné přímky p , q . Přímka p je určena bodem P a směrovým vektorem \vec{p} . Přímka q je určena bodem Q a směrovým vektorem \vec{q} . Určete vzdálenost mimoběžek p , q .

Postup :

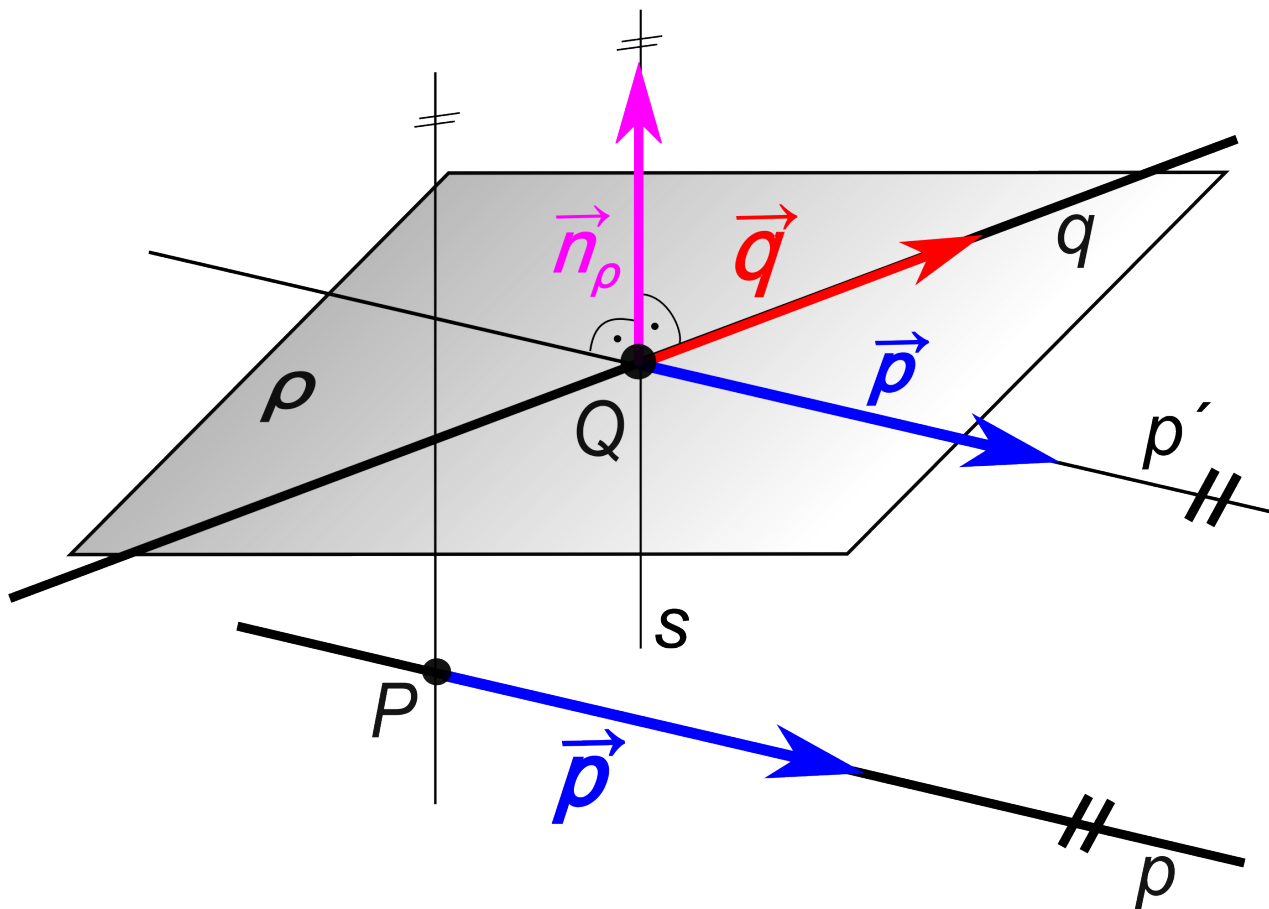
- Bodem Q na jedné z mimoběžek vedeme rovnoběžku p' s druhou mimoběžkou p .
- Dvojice různoběžek p' , q určuje rovinu ρ , která je rovnoběžná s přímkou p .
- Nyní stačí najít vzdálenost bodu P od roviny ρ (určené různoběžkami p' , q).

Praktický postup:

Analyticky lze rovinu ρ nalézt velmi snadno, když si uvědomíme, že směrové vektory obou mimoběžek \vec{p} a \vec{q} lze považovat za směrové vektory roviny ρ . Normálový vektor \vec{n}_ρ lze snadno najít pomocí vektorového součinu $\vec{n}_\rho = \vec{p} \times \vec{q}$. Vzdálenost bodu P od roviny ρ jsme se naučili počítat pomocí jednoduchého vzorce v minulé hodině.



Vzdálenost mimoběžek



Praktický výpočet

Konkrétní úlohy lze řešit pomocí jednoduchého vzorce. Princip fungování vzorce spočívá ve výpočtu výšky rovnoběžnostěnu (určeného vektory $P\vec{Q}$, \vec{p} a \vec{q}). Výšku určíme tak, že objem rovnoběžnostěnu (vypočítaného pomocí smíšeného součinu $[P\vec{Q} \vec{p} \vec{q}]$) vydělíme obsahem podstavy rovnoběžnostěnu (vypočítaného pomocí velikosti vektorového součinu $|\vec{p} \times \vec{q}|$).

Praktický vzorec:

$$|p, q| = \frac{|[P\vec{Q} \vec{p} \vec{q}]|}{|\vec{p} \times \vec{q}|}$$

Úloha 1:

Vypočítejte vzdálenost mimoběžek:

$$p = \{[2 + 2t, 1 - t, 2 + t]; t \in \mathbb{R}\}$$

$$q = \{[1 - k, 3 + k, 6]; k \in \mathbb{R}\}$$

Úloha 1a:

Vypočítejte vzdálenost mimoběžek pomocí vzorce:

$$p = \{[2 + 2t, 1 - t, 2 + t]; t \in \mathbb{R}\}$$

$$q = \{[1 - k, 3 + k, 6]; k \in \mathbb{R}\}$$

Úloha 2:

Urči vzdálenost mimoběžných přímek $p = (A, \vec{u})$ a $q = (B, \vec{v})$, je-li $A[-2, 0, 1]$, $\vec{u} = (3, -2, 2)$, $B[-1, 2, -2]$, $\vec{v} = (-2, 1, -2)$.

Úloha 2a:

Urči pomocí vzorce vzdálenost mimoběžných přímk $p = (A, \vec{u})$ a $q = (B, \vec{v})$, je-li $A[-2, 0, 1]$, $\vec{u} = (3, -2, 2)$, $B[-1, 2, -2]$, $\vec{v} = (-2, 1, -2)$.

DOMÁCÍ ÚLOHA:

Petáková – str. 120, cv. 73b

Použité materiály a zdroje

- Petáková, RNDr. Jindra. Matematika: Příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy. Dotisk 1.vydání. Praha: Prometheus, 2003. 303 s. ISBN 8071960993.
- Archiv autora