evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Vzdělávací materiál

vytvořený v projektu OP VK

Název školy:	Gymnázium, Zábřeh, náměstí Osvobození 20
Číslo projektu:	CZ.1.07/1.5.00/34.0211
Název projektu:	Zlepšení podmínek pro výuku na gymnáziu
Číslo a název klíčové aktivity:	III/2 - Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT

Anotace

Název tematické oblasti:	Analytická geometrie
Název učebního materiálu:	Vzdálenost bodu od roviny
Číslo učebního materiálu:	VY_32_INOVACE_M0107
Vyučovací předmět:	Matematika
Ročník:	3. ročník vyššího gymnázia
Autor:	Jaroslav Hajtmar
Datum vytvoření:	13.2.2014
Datum ověření ve výuce:	14.5.2014
Druh učebního materiálu:	prezentace
Očekávaný výstup:	Student si dělá poznámky k probíranému tématu
Metodické poznámky:	Materiál je určen jako osnova výkladu nového učiva resp. pro účely opakování

Vzdálenost bodu od roviny

Jaroslav Hajtmar

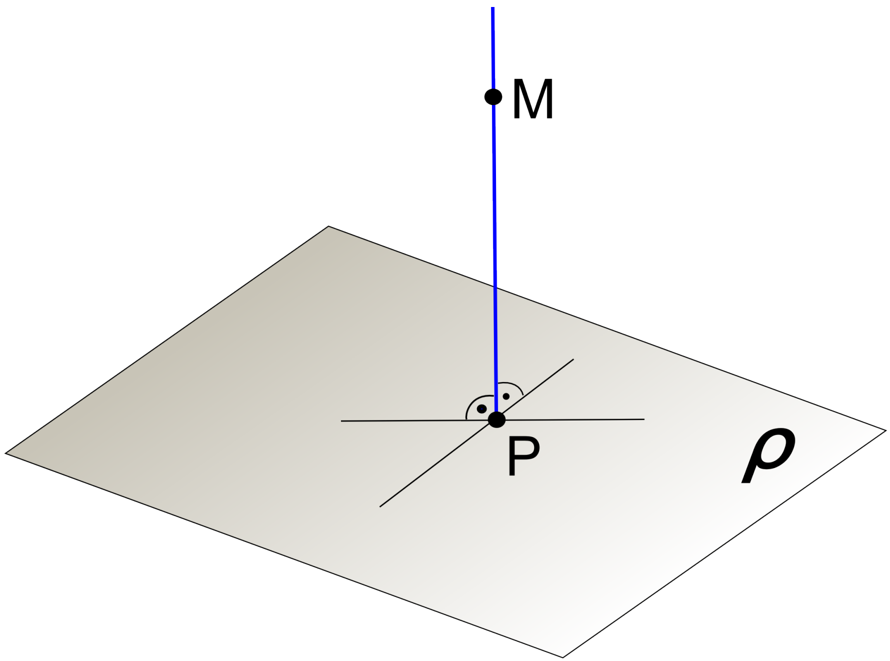
13.2.2014

Vzdálenost bodu od roviny

Známe:

Bod může ležet v rovině nebo mimo rovinu.

DEF. Vzdálenost bodu M od roviny ρ je vzdálenost bodu M od jeho pravoúhlého průmětu P do této roviny.



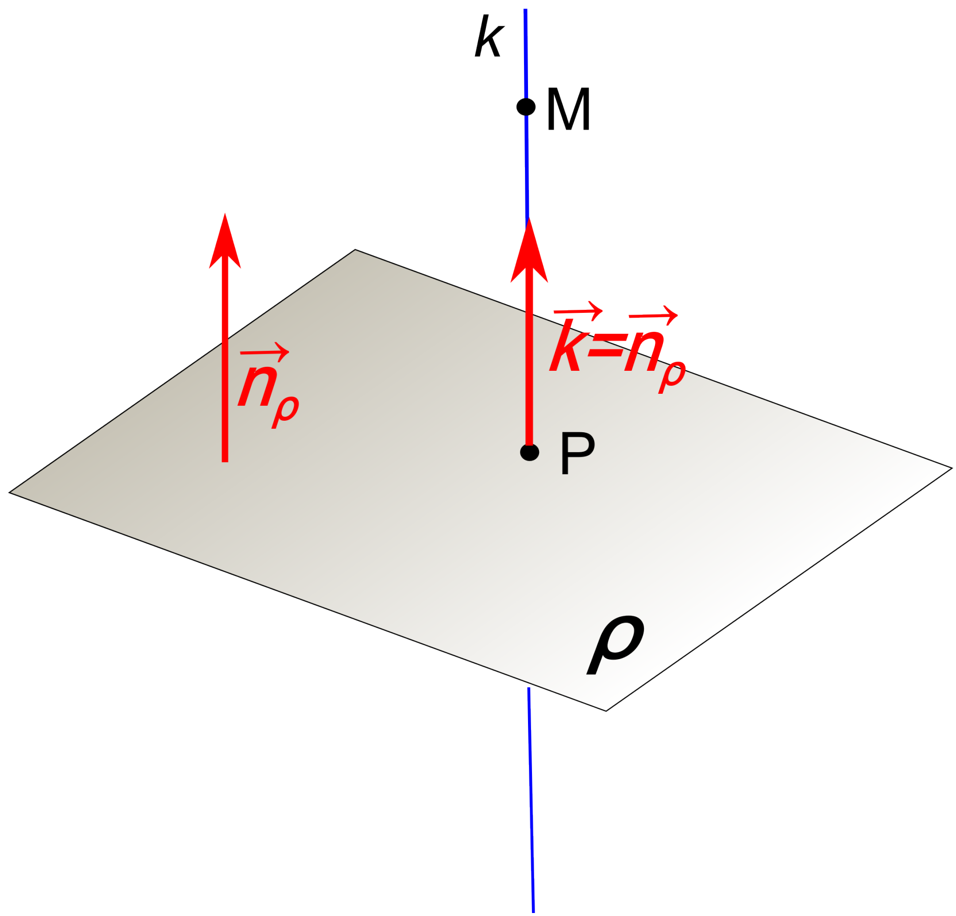
POZN: Leží-li bod M v rovině ρ, pak je jeho vzdálenost od této roviny nulová.

Postup:

- $k;\ M \in k \wedge k \perp \rho$ (Bodem M vedeme kolmici k rovině ρ).
- $P;\ P = k \cap \rho$ (P – pata kolmice spuštěné z bodu M k rovině ρ).
- $|M\rho| = |MP|$ (hledaná vzdálenost je rovna vzdálenosti M od paty kolmice P).

Analyticky lze kolmici nalézt velmi snadno, když si uvědomíme, že jako směrový vektor $\vec{k}$ kolmice k, vedené bodem M k rovině ρ, můžeme použít normálový vektor $\vec{n}_\rho$ roviny ρ.

Vzdálenost bodu M od roviny ρ



Praktický výpočet

Zobecněním předchozího postupu pro daný bod $M\,[m_1,\ m_2,\ m_3]$ a danou rovinu ρ: $ax + by + cz + d = 0$ lze poměrně snadno odvodit vzorec, kterým lze úlohu na vzdálenost bodu od roviny řešit pouhým dosazením příslušných souřadnic bodu M a koeficientů roviny ρ do vzorce.

VZOREC:
Jestliže je dán bod $M\,[m_1,\ m_2,\ m_3]$ a rovina
ρ: $ax + by + cz + d = 0;\ a, b, c \in \mathbb{R}$, pak pro vzdálenost bodu M od roviny ρ platí:

$$\boxed{|M\rho| = \frac{|\,a \cdot m_1 + b \cdot m_2 + c \cdot m_3 + d\,|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}}$$

ÚLOHA: Porovnejte tento vzorec s některým známým vzorcem.

Úloha 1:

Vypočítejte vzdálenost bodu $A\,[4, 2, -3]$ od roviny $\rho\colon 2x - 2y + z + 5 = 0$.

Úloha 2:

Určete na ose o_z bod Z tak, aby měl vzdálenost 5j od roviny, která je určena body $A\,[-1, 4, 5]$, $B\,[2, -2, -1]$ a $C\,[0, -1, -3]$.

Úloha 3:

Vypočítejte vzdálenost počátku souřadné soustavy od roviny, která je určena přímkami:

$p = \{[t,\ 2t,\ 4 - t\ ]\,;\, t \in \mathbb{R}\}$

$q = \{[1 - k,\ 1 - 2k,\ 3 + k\ ]\,;\, k \in \mathbb{R}\}$

Úloha 4:

Promyslete si, jak by šla nejsnáze určit vzdálenost dvou rovnoběžných rovin.

Úloha 5:

Vypočítejte vzdálenost rovnoběžných rovin:

ρ: $2x + y - 2z - 3 = 0$

σ: $2x + y - 2z - 1 = 0.$

DOMÁCÍ ÚLOHA:

Petáková – str. 120, cv. 70, 71, 72

Použité materiály a zdroje

- Petáková, RNDr. Jindra. Matematika: Příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy. Dotisk 1.vydání. Praha: Prometheus, 2003. 303 s. ISBN 8071960993.
- Archiv autora